Синтез адаптивных нейросетевых регуляторов нелинейных динамических объектов

В. А. Терехов, И. Ю. Тюкин[1]
Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет (ЛЭТИ),
Institute for Physical and Chemical Research (RIKEN), Japan [2]

Обсуждается подход к построению универсальных или типовых адаптивных регуляторов на основе обучаемых искусственных нейронных сетей ("нейроконтроллеров"), применимых для управления классом нелинейных динамических объектов. Анализируется проблема синтеза перестраиваемых в условиях неопределенности нелинейных законов управления, формируемых нейронной сетью в процессе ее обучения по целевым макропеременным.

1. Введение

Многослойные нейронные сети (МНС) или многослойные перцептроны, введенные Ф. Розенблаттом в конце 50-х - начале 60-х годов в качестве статистической модели функционирования мозга, рассматриваются далее как *настраиваемые динамические нелинейные преобразователи многомерной информации с топологией направленных графов* в составе автоматических систем и могут быть применены для формирования нелинейных законов управления.

Первые попытки использовать искусственные нейронные сети (ИНС) для управления динамическими объектами в "бионических системах" были предприняты еще в начале 70-х годов. Сошлемся, для примера, на работы А. Д. Рябинина и А. М. Шквара. Их авторы, отталкиваясь от анализа биологических управляющих систем ("биологических прототипов"), пришли к выводу, что нейронные структуры в биологических управляющих системах работают в n-мерном фазовом пространстве, разбитом на некоторое число областей по критерию вида

$$Q = \min\{\max F(\Psi_i(t), \Psi_i^{(1)}(t), \ldots, \Psi_i^{(m)}(t))\},\ i = 1, \ldots, n,$$

где $\Psi_i(t) = x_i(t) - g_i(t)$ — динамические ошибки регулирования; $\Psi_i^{(j)}(t)$ — j-я производная от ошибки; $x_i(t)$ — текущее значение регулируемой величины; $g_i(t)$ — ее заданное значение; F – выбираемый функционал,

[1]Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований по проекту 05-01-02904.

характеризующий требования к системе регулирования. Нейронная регулирующая система выполняет функцию обучаемого или самообучаемого классификатора в этом пространстве. Термин “классификатор” здесь означает, что сеть выполняет оценивание переменных фазового пространства системы относительно окрестности особых точек (или областей) этого пространства. Фиксируемое попадание изображающей точки системы в одну из областей фазового пространства вызывает на выходе классификатора корректирующие сигналы $\xi_j \Psi_i^{(j)}$, где $j = 1, \ldots, m$; ξ_j – изменяемые в зависимости от положения изображающей точки в той или иной области фазового пространства, весовые коэффициенты. Корректирующие сигналы необходимы для изменения функции управления *состоянием* объекта. Подобная идея “бионического” управления самими авторами называлась гипотетической, но с “ ... достаточно большим коэффициентом правдоподобия”. В качестве примера биологических систем управления, вписывающихся в предложенную концепцию построения нейросетевой системы с классификатором фазового пространства, авторами приводилась глазодвигательная система животных. Следует напомнить, что тогда еще не были известны методы обучения многослойных нейросетей.

Достигнутые к настоящему времени результаты позволяют сделать некоторые выводы. Во-первых, о безусловной целесообразности использования ИНС для формирования управления техническими объектами как в супервизорном режиме off-line, так и в реальном времени, т. е. в режиме on-line. Во-вторых, теоретические аспекты применения ИНС в системах управления, оказались тесно связанными с решением фундаментальных проблем нелинейной динамики. Среди них – проблема существования и достижимости оптимальных нелинейных законов управления; задачи адаптивного управления с нелинейной и невыпуклой параметризацией, в т. ч. достижение стабилизации и гарантированного качества процессов; адаптивное управление при отказе от условия асимптотической устойчивости по Ляпунову. Проявили себя проблемы по алгоритмам обучения ИНС в реальном времени и формированию для этого адекватной информации.

Совокупность этих, далеко не решенных к настоящему времени проблем объясняет тот реальный факт, что использование ИНС для целей управления сложными динамическими объектами до сих пор не получило желаемого распространения. Более того, имеет место определенное недоверие к нейроуправлению, возможно, из-за излишнего бума в новой еще области техники, который начался в конце 80-х годов прошлого столетия, когда метод обучения многослойных нейронных сетей стал достоянием широкого круга специалистов и когда зазвучали весьма оптимистические прогнозы вроде “нейронные сети могут все”.

Целями настоящей работы служат разработка и обоснование нейросетевой концепции адаптивного управления нелинейными динамическими объектами, соответствующая этой концепции формальная постановка задачи синтеза адаптивных систем и исследование возможностей построения типового или универсального нелинейного регулятора для возможно более широкого класса нелинейных объектов.

2. Содержательная постановка задачи синтеза адаптивных нейроконтроллеров

В постановке задачи примем во внимание: *во-первых*, фундаментальные свойства обучаемых нейросетей; *во-вторых*, критическую оценку современного состояния теории и практики адаптивного управления как базы для построения адаптивных регуляторов; *в-третьих*, сформулируем как конечную цель анализ возможности построения типового адаптивного регулятора для широкого класса нелинейных объектов. Формирование и исследование типовых характеристик такого класса является самодостаточной задачей исследования. Можно, для примера, говорить о некоем классе математических моделей нелинейных объектов, допускающем универсальное решение задачи синтеза адаптивного закона управления для различных по своей физической или технической сущности реальных технологических процессов, устройств и т. п. объектов.

В мировой практике проектирование систем автоматизации и управления производственными процессами и большинством технических устройствх на основе типовых решений получило широкое, если не сказать больше – преобладающее, распространение. При этом предполагается возможность адекватного описания регулируемых объектов классом линейных динамических моделей. Для простейших типовых моделей, ограниченных 2-м порядком дифференциальных уравнений с последовательно включенным звеном временного запаздывания, выполнение функций регулирования и управления возлагается на типовые промышленные ПИД-регуляторы и их модификации, вплоть до т. н. “нечетких” ПИД-регуляторов, “нелинейных” ПИ-регуляторов [2] и ПИД-регуляторов, настраиваемых с помощью многослойных нейросетей [3,4]. Заметим, однако, что применение ИНС *в качестве механизма оптимизации* для настройки параметров типовых законов регулирования может быть оправдано лишь только потому, что это не противоречит исключительным возможностям обучаемых нейросетей.

Типовые решения в регуляторостроении породили масштабное производство серийно выпускаемых типовых промышленных регуляторов. В сущности, типовые регуляторы входят – наряду с регулируемым электроприводом и следящими системами в число основных прикладных продуктов классической теории автоматического регулирования, в то время как ее более “продвинутые” разделы иллюстрируют лишь возможности построения подобных систем с их реализацией в сравнительно частных случаях.

Содержательный смысл понятия “типовой регулятор” определим обязательным наличием следующих компонент:

• типовой *функциональный состав* регулятора для класса типовых в к.-л. смысле объектов, в т. ч. функциональная структура, связи, алгоритмы, сервисные функции и т. п.;

• типовые *информационные функции* – число и состав сигналов вход/выход, преобразователей, устройств памяти, интерфейс и т. п.;

• типовое *техническое исполнение* – элементная база, конструкция, обеспечивающие возможность серийного производства;

• способность к *эволюции* функциональных возможностей типовых регуляторов.

Довольно очевидно, что требование быть типовым или универсальным для возможно более широкого класса объектов означает работоспособность и выполнение заданных технологических показателей качества систем управления независимо от индивидуальных особенностей динамики управляемых процессов. Отсюда следует, что типовые регуляторы *функционально* должны быть адаптивными и робастными. Требование типизации ставит на повестку дня необходимость в такой научной теории адаптивных систем, которая бы изначально бы опиралась на *исходно нелинейную динамику* управления и адекватные средства достижения. С нашей точки зрения адаптивные системы являются специальным *классом существенно нелинейных замкнутых систем управления,* а для реализации адаптивного регулятора требуются *специализированные обучающиеся нелинейные структуры.*

Содержательная постановка задачи синтеза адаптивных нейроконтроллеров исходит из следующих идей.

1. Формирование подхода к синтезу адаптивных систем с учетом таких факторов, как: *а)* нелинейность моделей объектов с неконтролируемой во времени динамикой поведения, в т. ч. нелинейно параметризованные модели; *б)* проблемы “классической” теории адаптивных систем; *в)* необходимость в новой постановке задачи синтеза адаптивных алгоритмов управления для классов нелинейных моделей объектов как условие конструирования типовых адаптивных контроллеров.

2. Введение физически обоснованных целей адаптивного управления и *необходимой* для достижения этих целей информации.

3. Искусственная нейронная сеть рассматривается как *адекватный механизм* формирования перестраиваемых нелинейных многомерных законов управления.

4. Синергетическая концепция управления используется для синтеза аналитических прототипов нелинейных законов управления, реализуе-

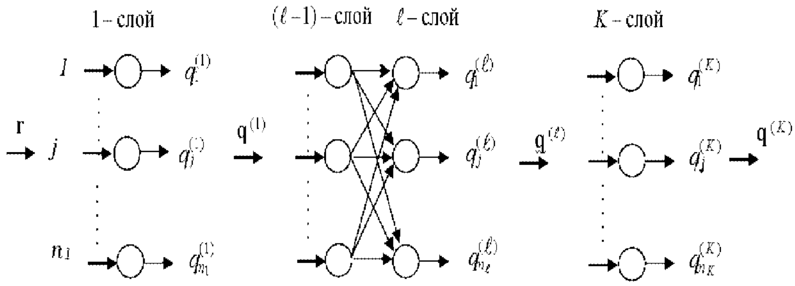

Рис. 1: Многослойная нейронная сеть.

мых искусственными нейронными сетями.

3. Искусственная нейронная сеть и ее свойства для решения задач адаптивного управления

Основным типом ИНС в последующем изложении служит многослойная обучаемая нейронная сеть с искусственными нейронами (ИН) (рис. 1). Обоснованием для их применения в адаптивных системах служат их фундаментальные свойства.

Во-первых, сигналы в МНС, как и в системах автоматического управления, распространяются в прямом направлении.

Во-вторых, ключевую роль в формировании необходимых нелинейных алгоритмов управления играют *универсальные аппроксимационные* свойства многослойных сетей. На основе обобщенной аппроксимационной теоремы Стоуна-Вейерштрасса [5] сделан вывод о том, что с помощью нелинейных нейронных сетей можно сколь угодно точно равномерно приблизить любую непрерывную функцию многих переменных на любом замкнутом ограниченном множестве (сошлемся также на работы Кибенко и Бэррона [6,7]).

Дополнительным стимулирующим фактором является высокая скорость аппроксимации в зависимости от n — числа нейронов сети. Погрешность аппроксимации соответственно составляет порядки $\mathcal{O}(1/n^2)$ и $\mathcal{O}(q^n)$, $0 < q < 1$, при выполнении так называемых условий *дельта-ангулярности* для аппроксимируемой функции [8,9].

В-третьих, обучение МНС придает адаптивные свойства нейросетевым системам управления. Эти свойства порождают способность сети выполнять функции робастного адаптивного регулятора при фиксированных коэффициентах синаптических связей, т. е. уже после обучения на реальной конечной выборке экспериментальных данных нейронная сеть способна подстраиваться в реальных условиях по данным, несколько отличающимся от эталонных.

В-четвертых, способность нейронных сетей к *параллельной* обработке сигналов делает естественным их использование для управления многомерными объектами. Многослойная нейросеть представляет собой однородную вычислительную среду и как универсальный нелинейный аппроксиматор в контурах управления динамическим процессом выполняет функцию адаптивного регулятора состояния фазового пространства системы *"объект + нейросеть+ внешняя среда"*.

В 90-е годы прошлого века появились первые работы, где изучалась проблема использования нейросетей для управления динамическими объектами в реальном времени. Здесь можно сослаться на книги [10,11] и на редакционную статью в журнале [12], где ее авторы определяют проблемы синтеза нейросетевых систем управления динамическими объектами. Эти проблемы касаются: 1) синтеза функциональных структур нейросетевых систем управления; 2) синтеза алгоритмов обучения, обеспечивающих малые траекторные ошибки при ограничениях на значения и максимальную скорость настройки весовых коэффициентов синаптических связей нейронов сети; 3) синтеза достижимых нелинейных законов управления, реализуемых обучаемой нейросетью, гарантирующих грубость в условиях неконтролируемых возмущений.

Решение последней проблемы равносильно определению условий разрешимости задачи синтеза нейросетевой системы в рамках поставленной цели управления с применением доступной измерительной информации. Это означает, что *если для заданного нелинейного объекта существует аналитическое решение задачи синтеза физически реализуемого оптимального в каком-либо смысле закона управления, то обучаемая многослойная нейронная сеть в процессе настройки сформирует этот закон в асимптотике с достаточной для практики точностью.* В этом смысле нейронная сеть может быть универсальным механизмом для реализации по Беллману "... *итеративной* стратегии адаптивного управления ...".

Отсюда можно сделать вывод: регулятор, точнее, адаптивный регулятор нелинейного динамического объекта должен обладать способностью к генерации *изменяемых нелинейных законов управления,* в зависимости от необходимого состояния или, другими словами, режима работы. Адаптивные свойства нейронных сетей вместе с их аппроксимирующими свойствами дают основания сделать вывод о способности обучаемой нейросети к формированию в процессе обучения оптимальных законов управления при использовании соответствующей информации.

4. Об аналитических методах синтеза нейросетевых систем управления

В статическом режиме преобразование векторного сигнала на входах "нулевого" слоя нейронной сети на рис. 1 описывается соотношением

$$\mathbf{u} = \mathbf{q}^{(K)} = \mathbf{w}^{(K)} \otimes \mathbf{f}(\mathbf{w}^{(K-1)} \otimes \mathbf{f}(\mathbf{w}^{(K-2)} \\ \otimes \mathbf{f}(\mathbf{w}^{(K-3)} \otimes \mathbf{f}(... \otimes \mathbf{f}(\mathbf{w}^{(1)} \otimes \mathbf{r}) = \mathbf{F}(\mathbf{r}). \quad (1)$$

Здесь: $\mathbf{w}^{(\ell)}$, $\ell = 1, 2, ... K$ — вектор весовых коэффициентов синаптических связей нейросети; $\mathbf{f}(\cdot)$ — нелинейная вектор-функция активации в каждом слое сети; $\otimes$ — символ кронекерова произведения. Соотношение (1) иллюстрирует сложность нелинейного преобразования входной информации $\mathbf{r}$ на выходе K-слойной сети $\mathbf{u} = \mathbf{q}^{(\mathbf{K})}$, и служит веским аргументом для ее использования в качестве "генератора" нелинейных законов почти произвольной формы. Обучаемая нейросеть может рассматриваться как своеобразная база знаний о функциях управления.

В динамических режимах, в процессе обучения, МНС являются нелинейными динамическими структурами с перестраиваемыми параметрами. В работах [10,11,13] показано, что процессы в обучаемых МНС представимы в виде системы нелинейных векторных дифференциальных уравнений и в виде эквивалентных схем, подобных структурным схемам в теории управления. Обобщенная система нелинейных дифференциальных уравнений настраиваемой K-слойной сети записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{q}}^{(\ell)} &= \mathbf{f}_1(\cdot) + \mathbf{f}_2(\cdot)\sigma^{(\ell)} + \mathbf{f_3}(\cdot)\dot{\mathbf{q}}^{(\mathbf{0})}; \\ \dot{\mathbf{w}}^{(\ell)} &= \mathbf{f}_4(\cdot)\sigma^{(\ell)}, \end{aligned} \quad (2)$$

где векторные функции $\mathbf{f_1}$, $\mathbf{f_2}$, $\mathbf{f_3}$ и $\mathbf{f_4}$ определяются как функции настраиваемых весовых коэффициентов синаптических связей $\mathbf{w}^{(\ell)}$ и выходов нейронов $\mathbf{q}^{(\ell)}$; $\sigma^{(\ell)}$ — т. н. *обобщенная ошибка обучения* слоя ℓ.

Цель такого преобразования — переход к использованию методов синтеза и анализа свойств НСУ методами теории управления и нелинейной динамики. Изучение этих методов с точки зрения обучения нейросети в реальном времени привело к заключению о необходимости использовать *макроинформацию* в качестве новых переменных состояния. По этой причине метод аналитического конструирования нелинейных агрегированных регуляторов (АКАР) в контексте синергетической теории управления, разрабатываемой А. А. Колесниковым [14], представляется предпочтительным в сравнении с другим известными методами синтеза нелинейных систем. В частности, отметим известный преимущественно в англоязычной литературе метод с использованием функций Ляпунова для линеаризуемой канонической формы со скалярным выходом и леммы об обходе интегратора (integrator back stepping lemma) [22]. Однако метод адаптивного обхода интегратора применим при довольно жестких ограничениях как на структуру модели объекта, так и на тип нелинейности. При этом качественные показатели динамических процессов в синтезируемой системы никак не гарантируются.

Главной особенностью метода АКАР является *переход от управления в пространстве состояний к управлению в пространстве агрегированных макропеременных, отражающих желаемое состояние управляемого объекта.* Функция выхода полностью отражает макросостояние системы: чем ближе значение выхода к нулю, тем ближе система к реализации цели управления. По этой причине наиболее целесообразно обеспечивать возможность формирования и использования макропеременных при конструировании системы управления сложным динамическим процессом. Уравнение $\Psi(\mathbf{x}) = 0$ задает в пространстве состояний системы *желаемое многообразие*, т. е. такое множество точек пространства состояний, достижение которых гарантирует выполнение первоначально поставленной цели. Таким образом может быть решена задача синтеза оптимального закона, который гарантирует устойчивость по Ляпунову, не прибегая к использованию кандидата на функцию Ляпунова. Применительно к системе с нейросетью в качестве регулятора необходимо задание расширенной системы дифференциальных уравнений НСУ и решение задачи по методу АКАР.

Основные положения этого метода рассмотрим на примере решения задачи стабилизации динамической системы, модель которой задана системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_1 &= \mathbf{f}_1(\mathbf{x}_1) + \mathbf{g}_1(\mathbf{x}_1)\mathbf{x}_2; \quad (a) \\ \dot{\mathbf{x}}_2 &= \mathbf{f}_2(\mathbf{x}) + \mathbf{g}_2(\mathbf{x})\mathbf{u}, \qquad (b) \end{aligned} \tag{3}$$

где $\mathbf{x}$ — вектор состояния, $\mathbf{u}$ — вектор управлений; векторные функции $\mathbf{g_1}(\cdot), \mathbf{g_2}(\cdot), \mathbf{f_1}(\cdot), \mathbf{f_2}(\cdot)$ — дифференцируемые по своим аргументам. Требуется определить закон управления $\mathbf{u} = \mathbf{u}(\mathbf{x})$ такой, чтобы в замкнутой этим управлением системе достигалась цель управления:

$$\mathbf{x}(t) \to 0, \ \ t \to +\infty. \tag{4}$$

Для реализации поставленной цели в методе АКАР предлагается выбрать функцию выхода для системы (3)

$$\mathbf{y} = \Psi(\mathbf{x}), \ \ \mathbf{y} \in \mathbb{R}^m, \Psi \in \mathbb{C}^1, \tag{5}$$

такую, что из равенства

$$\Psi(\mathbf{x}(t)) \equiv 0, \ \ t \geq 0 \tag{6}$$

следует предельный переход (4). Подобный выбор функции выхода позволяет перейти от цели управления, заданной в виде предельного перехода (4), к "промежуточной" цели управления, выраженной уравнением (6). По условию размерность выхода m меньше размерности вектора состояния n, отсюда формализация цели управления в виде (6) упрощает процесс решения задачи.

При этом возникает вопрос: как выбрать для системы (4) функцию выхода вида (5)? В методе АКАР предполагается, что разработчику известна функция закона управления для "внутренней" подсистемы (3a), при этом в качестве "внутреннего" сигнала управления рассматривается координата $\mathbf{x_2}$ вектора состояния. Термин "внутренний" в методе АКАР вводится для обозначения того факта, что непосредственно внешнее управление $\mathbf{u}$ не влияет на динамику подсистемы (3a). В качестве основной связи этой подсистемы с внешней средой выступает переменная $\mathbf{x_2}$. Так как цель управления (4) предполагает стремление к нулю всего вектора состояния (векторов $\mathbf{x_1}$ и $\mathbf{x_2}$ одновременно), логично возложить на векторную переменную $\mathbf{x_2}$ задачу управления "внутренней" подсистемой (3a): $\mathbf{x_2} = \alpha(\mathbf{x_1})$.

Предположим, что для функции выхода (5) выполнено равенство (6) для всех $t \geq 0$. Это означает, что $\dot{\Psi} = 0$ для всех моментов времени $t \geq 0$ и $\mathbf{x_2} = \alpha(\mathbf{x_1})$. Тогда, в силу условий, предъявленных к функции α, будет выполнен предельный переход (6). Но $\alpha(\mathbf{0}) = \mathbf{0}$ и функция $\alpha(\mathbf{x_1})$ — дифференцируема, следовательно: $\mathbf{x}_2(t) \to 0$ при $t \to \infty$ и цель управления (4) достигается.

Процесс структурного синтеза системы управления динамическим объектом типа (3) с использованием многослойной нейросети, описываемой уравнениями (2), включает решение следующих задач:

• формирование *расширенной системы дифференциальных уравнений,* отражающих динамические процессы в нейросетевой

системе управления — уравнения (2), (3) и уравнения связи;

• формирование *функций выхода (5) (агрегированных макропеременных),* удовлетворяющих расширенной системе дифференциальных уравнений и поставленной технической цели управления;

• формирование *функций обобщенных ошибок* $\sigma(\Psi(\mathbf{x}))$ — аргументов алгоритмов обучения нейронной сети;

• синтез нелинейного закона управления и выбор алгоритма или семейства алгоритмов обучения МНС таких, что в процессе обучения МНС формирует оптимальный закон управления на своих выходах и достигается цель (6);

• синтез функциональной структуры системы, исследуемой в результате решения перечисленных задач и анализ ее свойств как адаптивной системы управления.

Решение двух последних задач ставится как задача синтеза адаптивных законов управления нелинейными объектами по выходу, реализуемых обучаемой искусственной нейронной сетью.

5. Анализ методов современной теории адаптивных систем управления

Под *адаптацией* в задачах управления будем понимать приспособление к разного рода неопределенностям, возникающим, как a priori — в процессе проектирования и создания системы управления, так и в процессе ее функционирования — a posteriori. Характер неопределенности не играет существенной роли в данном случае, но, очевидно, предопределяет способ устранения ее влияния на работу системы. В наибольшей степени исследованы механизмы приспособления к неопределенности в системах с изменением

— контурного усиления;

— параметров регулятора по программе;

— параметров регулятора в зависимости от требуемого качества;

— алгоритма управления и структуры связей в системе управления.

Классы адаптивных систем управления возникают в зависимости от характерных признаков реализации адаптивных свойств, и в этом смысле выделяют — поисковые и беспоисковые, идентификационные и безидентификационные или адаптивные системы прямого действия.

Общепринятая постановка задач адаптивного управления объектами – как линейными, так и нелинейными [15], включает задание класса математической модели объекта, цели и задание класса алгоритмов искомого управления, обеспечивающего асимптотическое достижение целевого условия и ограниченность всех траекторий системы в заданной области ее определения без гарантии качественных показателей переходных процессов в системе. Такая постановка задач адаптивного управления со всеми корректными доопределениями в конкретных приложениях безупречна с формальной, математической точки зрения. Тем не менее, практически значимых результатов на основе такой постановки до настоящего времени не получено.

В работах [16,17], опубликованных почти одновременно и независимо друг от друга, излагаются близкие точки зрения на то, что, несмотря на прогресс теории адаптивных систем, остается ряд фундаментальных вопросов, не имеющих на сегодняшний день удовлетворительного решения. Существующие теории асимптотического поведения адаптивных детерминированных и стохастических систем получены в условиях выполнения известных, но трудно проверяемых и выполнимых предположений. До сих пор не дано ответа на вопросы, поставленные еще в работах Дж. Флорентайна, Дж. Траксела [18,19] и др. авторов того периода времени: какова та информация, что необходима a priori для построения практически пригодного адаптивного регулятора, чем отличается поведение адаптивной системы от поведения нелинейной системы управления общего вида, что служит критерием того, что неопределенность уменьшается в процессе работы системы? По мнению авторов упомянутых работ (разделяемое и авторами настоящей работы) отсутствует адекватное определение самого понятия адаптивной системы. До настоящего времени концепции адаптации (и самоорганизации) интерпретируются как математические задачи для классов дифференциальных уравнений.

В связи с этим представляется необходимым остановиться на некоторых проблемных противоречиях между теорией и практикой адаптивных систем.

1. Проблеме адаптации в целом и адаптивному управлению, в частности, уделяли свое внимание выдающиеся ученые во всем мире. Ими были выдвинуты математически безупречные положения по сущности адаптации и ее формальные определения, придуманы и исследованы адекватные механизмы ее достижения. Число опубликованных работ по адаптивному управлению уже не поддается точному исчислению и составляет по приведенной А. А. Красовским в книге [14, ч. I] оценке более 10 тыс. наименований. Однако на практике не было реализовано в полной мере ни одно из этих положений и теорий. Наиболее точно сложившуюся ситуацию охарактеризовал в своей книге Дж. Саридис [21]: "... в любом из разделов техники никакая новая область не может быть признана, если не показано, что в ней имеется достаточная потребность с точки зрения приложений. Теория самоорганизующихся систем ... не является исключением из этого правила. Однако ... нужно искать такие приложения, которые имеют тот же уровень сложности, что и сами системы самоорганизующегося управления." Этот принцип — не переусложнять управляющее устройство – может рассматриваться как золотое правило техники и применим к другим научным дисциплинам. Основные критические замечания, высказанные об "...адаптивных системах управления, были связаны с тем, что они представляли собой либо тривиальные конструкции, которые можно заменить контуром обратной связи, либо чрезмерно усложненные управляющие устройства, хотя они предназначались для простых систем первого или второго порядка". Высказанная четверть века назад крупным специалистом точка зрения на состояние теории и практики адаптивного управления остается актуальной и в настоящее время.

2. Выдвинуты логически обоснованные подходы к решению задач адаптивного управления, основанные на искусственно организуемой способности системы изменять свою структуру, алгоритм или параметры

алгоритма. Методы классической теории управления и автоматического регулирования применимы для идеализированных математических моделей, адекватных реальному физическому состоянию в окрестности асимптотически устойчивого положения равновесия. Для стабилизации такого положения при ограниченных по модулю, скорости и т. д. неконтролируемых изменениях параметров и сигналов достаточным являлось бы введение необходимого числа обратных связей по измеряемым переменным состояния. Однако техническая проблема измерений и введения обратных связей по измеряемым переменным *подменяется* проблемами, порождаемыми созданными методами адаптации с параметрическими механизмами компенсации. Подобное решение задачи управления при неконтролируемых возмущениях параметров и сигналов считается вполне естественным и является предметом исследования в подавляющем числе научных публикаций. Но насколько оправдан такой подход в реальных условиях – вопрос, аргументированный ответ на который пока не получен.

Неоспариваемая ценность полученных в теории адаптивного управления теоретических результатов состоит скорее в обосновании, конструктивном доказательстве *существования* решения задачи адаптивного управления с теми или иными свойствами и условиями применимости, но не в алгоритмах адаптивного управления, порожденных теориями. Следует подчеркнуть и то, что *достаточность условий* теоретических положений в адаптивном управлении лишь подталкивает к той мысли, что достигаемые результаты не являются оптимальными и, возможно, могут быть существенно улучшены.

3. Введение в основной контур в дополнение к сигнальным обратным связям параметрических обратных связей (*нелинейных элементов* — по Дж. Тракселу) значительно усложняет динамику поведения системы. Даже при квадратичных функционалах настройки адаптивная система с объектом 2-3-го порядков эквивалентна нелинейной многосвязной системе высокой размерности. Исследование свойств таких систем, как это хорошо известно, представляет значительные трудности, а ее поведение в реальных условиях может быть существенно отличным от расчетного. Дополнительные проблемы в поведении адаптивных систем возникают для неминимально-фазовых объектов, при нарушении т. н. “условий согласования”, при относительной степени объекта выше 2 и т. д.

4. Применение параметризованных математических моделей, возрастающая в геометрической пропорции сложность предлагаемых алгоритмов, при которых эти ограничения преодолеваются, привели к тупиковой ситуации, в которой поучительным (но, кстати, вполне объяснимым) является разве лишь тот факт, что размерность адаптивного регулятора во много раз превышает размерность уравнений объекта, а сам адаптивный регулятор представляет собой существенно нелинейное многосвязное ди-

намическое звено, не приводимое к разомкнутому звену с одним входом и одним выходом даже в случае одномерного объекта управления.

Добавим к сказанному несколько частных замечаний.

1. Понятие адаптивности как свойство приспосабливаться нуждается в формальном определении в зависимости от *физического содержания* задачи и должно, на наш взгляд, формулироваться в контексте *адаптации к состоянию* или к режиму работы, а не к изменяющимся параметрам недостоверно параметризованной модели объекта или ее оценки, закладываемой в алгоритм адаптивного управления.

2. Стандартные цели адаптации – регулирование по вектору состояния или по выходу на полубесконечном интервале времени *без стабилизации* достигнутого состояния системы не удовлетворяют технологическим целям управления.

3. "Классическая" теория адаптивного управления не ставит задачу энергосберегающего ("малого") управления. Отсюда нет и гарантии устойчивости самого объекта. Гарантируется лишь устойчивость по Ляпунову расширенной системы.

4. Важное преимущество устойчивости по Ляпунову по сравнению с другими определениями – свойство непрерывности – ("малые отклонения при малых возмущениях") не может быть в явном виде использовано в стандартных адаптивных системах. Причина этого в том, что в адаптивных постановках задачи регулирования или управления возмущения a priori предполагаются не малыми. Следовательно, сам аппарат анализа таких систем не адекватен задаче.

5. Математические принимаемые модели неопределенности являются линейно параметризованными. Но существует класс систем с *нелинейно параметризованными* моделями, которые особенно "нуждаются" в адаптивном управлении, т. к. нелинейная параметризация с изменением параметра во времени приводит к изменению фазового состояния системы со всеми вытекающими последствиями.

6. Наконец, проблемы возникают вследствие того, что *в общей нелинейной постановке* обеспечить устойчивость по Ляпунову — задача сложная, если вообще разрешимая.

Условия синтеза адаптивных систем в общепринятой, формально безупречной постановке, приводят к перечисленным выше проблемам теории и практики.

Некоторые, наиболее очевидные причины несоответствия теории и практики, состоят, по мнению авторов, в следующем.

1. Модели физических процессов с нелинейно параметризованными неопределенностями не "подходят" к современным методам адаптивного управления без привлечения таких известных приемов как линеаризации по параметрам; использования линеаризуемых канонических форм; сигнальной компенсации нелинейности.

2. Математическая модель физических процессов не адекватна их физической сущности, а информация о зависимости и свойствах связей ее информационных параметров — обобщенных коэффициентов дифференциальных уравнений — с физическими, механическими, химическими, техническими и др. характеристиками объекта не используется в постановке задач синтеза адаптивных алгоритмов управления. Используемая информационная модель управляемых объектов оказывается неполной и не адекватна их природе. Однако известно, что информация, отображающая доминирующие свойства динамических объектов, содержится в их *технологических инвариантах или целевых динамических аттракторах* [14].

3. Прямым следствием недостоверности используемой модели объекта является неоправданное увеличение размерности вектора неопределенных компонент, чье влияние должно быть, в силу постановки задачи адаптивного управления, скомпенсировано.

Кратко остановимся на известных подходах к преодолению проблем, порождаемых традиционной постановкой задачи синтеза адаптивных систем (см., например, [22-30]). В их числе выделим следующие:

• алгоритм скоростного градиента и его модификации;

• упомянутый ранее метод адаптивного обхода интегратора [22];

• метод мажорирующих функций [25];

• локальное решение задачи с нелинейной параметризацией [24];

• минимаксное адаптивное управление по ошибке [26,27];

• демпфирование нелинейно параметризованной функции линейно параметризованной функцией управления [28,29];

• постоянное нелинейное возбуждение объекта [23].

Наиболее полный обзор методов адаптивного управления нелинейными объектами по выходу и соответствующих результатов содержится в обзорной статье [30].

6. Искусственные нейронные сети и адаптивное управление

Динамика настраиваемого нелинейного преобразования, осуществляемого обучаемой многослойной нейронной сетью, описывается векторными нелинейными дифференциальными уравнениями (2), общая размерность которых определяется произведением числа настраиваемых весовых коэффициентов синаптических связей и числа нейронов сети. Даже для малоразмерных (по числу нейронов в скрытых слоях) нейросетей, например, порядка 3-5 с числом настраиваемых коэффициентов 3, эквивалентная размерность динамической модели сети составляет значение 9-15. Очевидно, что нелинейной динамической структуре обучаемой нейросети соответствуют виртуальные пространства состояний высокой размерности. Вместе с нелинейным объектом настраиваемая многослойная нейронная сеть создает сложную и изменяемую в процессе обучения топологию нелинейного фазового пространства высокой размерности, что и является предпосылкой к организации открытых систем управления со сложным динамическим поведением.

Тогда цель адаптивного управления может быть поставлена как такое обучение многослойной нейросети, которому в фазовом пространстве системы соответствует асимптотическое движение изображающей точки от начального аттрактора в целевому притягивающему аттрактору более низкой размерности, удовлетворяющему *желаемому* техническому состоянию объекта. В таких случаях настраиваемая многослойная нейросеть выполняет функцию адаптивного регулятора состояния, реализуя процесс генерации обратной связи на многообразиях. Принципиальным является тот факт, что для настройки нейросети не обязательно задание параметризованной нелинейной модели. Для обучения сети используется макроинформация в виде агрегированных макропеременных или технологических инвариантов для данного класса объектов. Для формирования макропеременных (это одна из проблем нейросетевой концепции адаптивного управления) используются измеряемые выходы объекта или вычисляемые векторы состояния — в общем случае.

Аналитический синтез оптимального закона управления, как прототипа нейросетевой реализации, выполняется в соответствии с синергетической теорией управления [14] на основе метода АКАР. В контексте синергетической теории управления синтез адаптивных нейросетевых регуляторов основан на использовании следующих положений [10, 11, 14].

1. Адаптация или самоорганизация в процессе управления постулируется как процесс с минимальным расходом энергии, с использованием *макроинформации* или технологических инвариантов объекта, *прогнозируемым временем* реализации адаптивного управления и его качеством.

2. Адаптивный закон управления формируется *в классе изменяемых во времени нелинейных функций* не только для классов нелинейных, но и для класса линейных объектов с изменяющимися во времени динамическими свойствами. Класс моделей объектов расширяется до нелинейных, в т. ч. с нелинейной параметризацией, и допускающих неустойчивую по Ляпунову целевую динамику.

3. Размерность фазового пространства нелинейного адаптивного регулятора должна быть *не меньше, а больше* размерности расширенного фазового пространства нелинейного объекта и учитываемой динамики внешней среды его функционирования.

4. Формирование нелинейных адаптивных законов должно основываться, главным образом, на использовании *текущей сигнальной информации,* получаемой с датчиков измеряемых переменных объекта.

5. В качестве адаптивного регулятора следует выбирать структуру, потенциально способную производить *полную реконструкцию достоверной* модели динамической системы, либо *изначально содержать в себе возможные решения для максимально широкого класса задач,* либо сочетать решение обеих задач.

6. Техническая база для реализации адаптивных регуляторов – *искусственные нейронные сети,* в частности – нелинейные многослойные нейронные сети.

7. Новая постановка проблемы адаптивного управления

Перечисленные выше и довольно подробно рассмотренные в [30] подходы могут быть использованы в конкретных приложениях. Но для построения типовых или универсальных адаптивных регуляторов постановка задачи адаптивного управления должна строиться на физически обоснованных условиях синтеза (табл. 1).

Табл. 1. Содержание нового подхода к адаптивному управлению.

Адаптация	Содержательно обоснованная постановка задачи синтеза адаптивных систем
Целевые функции	Достижение и стабилизация состояния, в т. ч. неравновесных, неустойчивых объектов; нет явного знания функций Ляпунова
Качество	Задается постановкой задачи синтеза в зависимости от физических свойств объекта
Класс моделей объектов	Класс нелинейных моделей расширен до нелинейно параметризованных и невыпуклых
Адекватность моделей реальным состояниям объекта	Сильная. В задаче синтеза сохраняются исходно нелинейные модели, адекватные физической сущности управляемых объектов

Основываясь на приведенных положениях, сформулируем далее содержание постановки задачи синтеза адаптивных систем и, как следствие, синтеза адаптивных законов управления для классов нелинейных динамических объектов.

7.1. Основные определения и обозначения

Символом $\mathbb{R}$ будем обозначать поле вещественных чисел, $\mathbb{R}_+ = \{x \in \mathbb{R} | x \geq 0\}$; символом $\mathbb{N}$ обозначим множество натуральных чисел; $\mathbb{R}^n$ — линейное пространство $\mathcal{L}(\mathbb{R})$ над полем вещественных чисел, $\dim\{\mathcal{L}(\mathbb{R})\} = n$; $\|\mathbf{x}\|$ — евклидова норма вектора $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$; C^k – пространство всех функций, дифференцируемых как минимум k раз. Символ $\mathcal{K}$ обозначает пространство всех функций $\kappa : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$ таких что $\kappa(0) = 0$, и $x' > x''$, $x', x'' \in \mathbb{R}_+$ влечет выполнение неравенства $\kappa(x') - \kappa(x'') > 0$. Символ $\mathcal{K}_\infty$ обозначает пространство функций $\kappa : \kappa \in \mathcal{K}$, $\lim_{s\to\infty} \kappa(s) = \infty$. Записью $L_p^n[0, T]$, где $T > 0$, $p \geq 1$ обозначим множество всех функций $\mathbf{f} : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}^n$ таких, что

$$\|\mathbf{f}\|_{p,[0,T]} = \left(\int_0^T \|\mathbf{f}(\tau)\|^p d\tau \right)^{1/p} < \infty.$$

При этом символ $\|\mathbf{f}\|_{p,[0,T]}$ будет обозначать $L_p^n[0, T]$– норму вектор-функции $\mathbf{f}(t)$. Записью L_∞^n обозначим пространство всех функций $\mathbf{f} : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}^n$ таких, что

$$\|\mathbf{f}\|_\infty = \operatorname{ess\,sup}\{\|\mathbf{f}(t)\|, t \in \mathbb{R}_+\} < \infty,$$

причем символ $\|\mathbf{f}\|_\infty$ определяет L_∞^n– норму вектор-функции $\mathbf{f}(t)$.

Решение системы дифференциальных уравнений $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t, \boldsymbol{\theta}, \mathbf{u})$, $\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0$, $\mathbf{u} : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}^m$, $\boldsymbol{\theta} \in \mathbb{R}^d$ для $t \geq t_0$ будем обозначать $\mathbf{x}_\mathbf{f}(t, \mathbf{x}_0, t_0, \boldsymbol{\theta}, \mathbf{u})$, или просто $\mathbf{x}(t)$, если значения $\mathbf{x}_0, \boldsymbol{\theta}$ и функция $\mathbf{u}(t)$ однозначно определяются в контексте. Для удобства обозначений индекс $\mathbf{f}$ в записи $\mathbf{x}_\mathbf{f}(t, \mathbf{x}_0, t_0)$ будем опускать, если правая часть исходной системы однозначно определяется контекстом.

Пусть $\mathbf{u}$ — функция состояния $\mathbf{x}$, параметров $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ и времени t. В дополнение положим, что состояние $\mathbf{x}$ и вектор $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ являются функциями времени t. Тогда, если аргументы функции $\mathbf{u}$ однозначно определены контекстом, будем использовать запись $\mathbf{u}(t)$ вместо $\mathbf{u}(\mathbf{x}(t), \hat{\boldsymbol{\theta}}(t), t)$.

Будем говорить, что система $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t, \boldsymbol{\theta}, \mathbf{u}(t))$ *задает всюду определенное передаточное отображение* $L_p^m[0, \infty] \mapsto L_q^n[0, \infty]$ по отношению ко входу $\mathbf{u}(t)$, если и только если $\mathbf{x}(t, \mathbf{x}_0, t_0, \boldsymbol{\theta}, \mathbf{u}(t)) \in L_q^n[0, \infty]$ для всех $\mathbf{u}(t) \in L_p^m[0, \infty]$ и существует функция $\gamma_{q,p} : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^d \times \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$ такая, что выполняется неравенство:

$$\|\mathbf{x}(t)\|_{q,[0,\infty]} \leq \gamma_{q,p}(\mathbf{x}_0, \boldsymbol{\theta}, \|\mathbf{u}(t)\|_{p,[0,\infty]}).$$

7.2. Формальная постановка задачи

Пусть математическая модель исходной динамической системы имеет вид:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})u, \tag{7}$$

где $\boldsymbol{\theta} \in \Omega_\theta \in \mathbb{R}^d$ — вектор неизвестных параметров, и Ω_θ – замкнутое ограниченное подмножество $\mathbb{R}^d$; $u \in \mathbb{R}$ – управляющий вход, а функции $\mathbf{f} : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^d \to \mathbb{R}^n$, $\mathbf{g} : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ локально ограничены [3]. Вектор $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ — вектор состояния.

Содержательной целью ставится синтез закона управления $u(t)$ такого, что все решения управляемой системы ограничены, находятся в области допустимых состояний системы $\Omega \subset \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}_+$, и лежат в окрестности желаемого множества $\Omega_0 \subseteq \Omega$. При этом траектории $\mathbf{x}(t)$ должны удовлетворять заданным показателям качества.

Для определения степени близости траекторий к желаемому множеству $\Omega_0 \subseteq \Omega$ в пространстве состояний введем в рассмотрение функцию $\psi : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$, $\psi \in C^1$ такую, что

$$\psi^* = \{(\mathbf{x}(t), t) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \mid \psi(\mathbf{x}, t) = 0\} \supseteq \Omega_0. \tag{8}$$

Потребуем дополнительно, чтобы функция $\psi(\mathbf{x}, t)$ была ограничена по $\mathbf{x}$ равномерно по t. Как было замечено ранее, стандартные целевые критерии в виде знакоопределенных функций состояния

$$\nu_1(\|\mathbf{x}\|) \le \psi(\mathbf{x}, t) \le \nu_2(\|\mathbf{x}\|), \ \nu_1, \nu_2 \in \mathcal{K} \tag{9}$$

не всегда адекватны задаче управления. Для нетривиальных целевых множеств, таких, как множество Кантора или *странный аттрактор*, существование гладкой функции $\psi(\mathbf{x}, t)$, удовлетворяющей неравенствам (9) и обращающейся в нуль на таком целевом множестве, не всегда гарантировано.

Задание целевого множества в виде (8) позволяет обойти это ограничение. Действительно, при выполнении дополнительных и в некотором роде естественных условий [43] таких, как *условие погружения*

$$\forall \ \mathbf{x} \in \psi^* \ \exists \pi : \mathbb{R}^{n-1} \to \mathbb{R}^n, \quad \mathbf{x} = \pi(\boldsymbol{\zeta}); \tag{10}$$

условие аттрактивности

$$\exists \ \sigma : \mathbb{R}^{n-1} \to \mathbb{R}^{n-1} : \ \lim_{t \to \infty} \operatorname{dist}(\boldsymbol{\zeta}_\sigma(t, \mathbb{R}^{n-1}, t_0), \Omega_0) = 0 \tag{11}$$

и условие *инвариантности*

$$\frac{\partial \pi}{\partial \boldsymbol{\zeta}} \sigma(\boldsymbol{\zeta}) = \mathbf{f}(\pi(\boldsymbol{\zeta}), \boldsymbol{\theta}) + \mathbf{g}(\pi(\boldsymbol{\zeta})) u(\pi(\boldsymbol{\zeta}), \boldsymbol{\theta}), \tag{12}$$

[3] Функция $\mathbf{f}(\mathbf{x}) : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ называется локально ограниченной, если и только если для всех $\|\mathbf{x}\| < \delta$ существует константа $D(\delta) > 0$ такая, что справедлива оценка: $\|\mathbf{f}(\mathbf{x})\| \le D(\delta)$.

гарантируется, что фазовый поток системы (7) на множестве (8) инвариантен (условия (10), (12)) и удовлетворяет уравнениям

$$\dot{\boldsymbol{\zeta}} = \sigma(\boldsymbol{\zeta}), \tag{13}$$

все решения которых стремятся в пределе к Ω_0. При этом функция $\psi(\mathbf{x}, t)$ в (8) в силу специфики такого неявного задания целевого множества может не удовлетворять неравенствам (9).

С другой стороны, знакоопределенность целевого критерия позволяет использовать значение $\psi(\mathbf{x}(t), t)$ в момент времени t в качестве *меры близости* траекторий $\mathbf{x}(t)$ к множеству наиболее предпочтительных состояний Ω_0 или при условии, что $\nu_1, \nu_2 \in \mathcal{K}_\infty$, в качестве *критерия ограниченности* траекторий $\mathbf{x}(t)$. Эти свойства позволяют в процессе анализа асимптотических свойств системы управления, т. е. при $t \to \infty$, ограничиться рассмотрением поведения функции $\psi(\mathbf{x}(t), t)$ вместо всего вектора решений $\mathbf{x}(t, \mathbf{x}_0, t_0, u(t))$ при всех начальных условиях $\mathbf{x}_0$, t_0 и входах $u(t)$. Поэтому крайне желательно, чтобы выбор функции $\psi(\mathbf{x}, t)$ в дополнение к требованию (8) допускал бы возможность оценки асимптотических свойств траекторий $\mathbf{x}(t)$ при $t \to \infty$ по свойствам функции $\psi(\mathbf{x}(t), t)$ как функции времени t.

Естественной заменой евклидовой норме в (9) и интерпретации значения функции $\psi(\mathbf{x}(t), t)$ как критерия ограниченности $\mathbf{x}(t)$ в $\mathbb{R}^n$ является понятие нормы в *функциональном пространстве* поскольку в обоих случаях речь идет о функциях времени $\psi(\mathbf{x}(t), t)$ и $\mathbf{x}(t)$. Так, в частности, достаточно, чтобы ограниченность функции $\psi(\mathbf{x}(t), t)$, например, по $L^1_q[0, \infty]$–норме, $q \in \mathbb{R}_{\geq 1} \cup \infty$ (или, как альтернатива, принадлежность $\psi(\mathbf{x}(t), t)$ к пространству функций из $L^1_q[0, \infty]$), гарантировала бы и ограниченность траекторий $\mathbf{x}(t)$. Формально это свойство может быть сформулировано следующим образом.

Гипотеза 1 (Целевой оператор) *Для заданной функции $\psi(\mathbf{x}, t) \in C^1$ и некоторого числа $q \in \mathbb{R}_{\geq 1} \cup \infty$ выполняется следующее соотношение:*

$$\psi(\mathbf{x}(t), t) \in L^1_q[0, \infty] \Rightarrow \mathbf{x}(t) \in L^n_\infty. \tag{14}$$

Отметим, что Гипотеза 1 является не просто альтернативой стандартным свойствам (9) целевых функций $\psi(\mathbf{x}, t)$, но расширяет класс допустимых целевых функционалов до знакопеременных функций $\psi(\mathbf{x}, t)$. Действительно, Гипотеза 1 (при $q = \infty$) автоматически выполняется, если выполнено условие (9). Вместе с тем, выполнение соотношения (14) не всегда влечет справедливость оценки (9). Расширение класса допустимых $\psi(\mathbf{x}, t)$ оказывается возможным за счет анализа динамических свойств системы (7) на ограничении $\psi(\mathbf{x}(t, \mathbf{x}_0, t_0, \boldsymbol{\theta}, u(\mathbf{x}(t), t)), t) = \upsilon(t)$, $\upsilon(t) \in L^1_q[0, \infty]$.

Существенное различие между условиями (9) и (14) заключается в том, что (9) — алгебраическое неравенство, в то время как (14), вообще говоря, *операторное соотношение*. Другими словами, Гипотеза 1 может быть интерпретирована как свойство *определенности целевого оператора*, заданного системой (7) вдоль ограничения $\psi(\mathbf{x}(t, \mathbf{x}_0, t_0, \boldsymbol{\theta}, u(\mathbf{x}(t), t)), t) = v(t)$, $v(t) \in L_q^1[0, \infty]$ и отображающего функции $v(t) \in L_q^1[0, \infty]$ в траектории $\mathbf{x}(t) \in L_\infty^n$. В частном случае, при $q = \infty$, свойство (14) вырождается в свойство *ограниченный вход - ограниченное состояние* для системы (7) при $\psi(\mathbf{x}(t, \mathbf{x}_0, t_0, \boldsymbol{\theta}, u(\mathbf{x}(t), t)), t) = v(t)$, где $v(t)$ играет роль "входа"[4].

Проиллюстрируем эти утверждения на примере системы, состоящей из массы на подвесе с нелинейным демпфированием:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2; \\ \dot{x}_2 &= k_0 x_1 + f(x_2, t) + u(t), \ k_0 < 0, \end{aligned} \tag{15}$$

где функция $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$, $f \in C^1$ моделирует эффект нелинейного и нестационарного демпфирования. Уравнения этого типа используются в широких областях практических приложений, начиная от задач управления активной подвеской [46], тактильными интерфейсами [57] и в задачах идентификации динамики сокращения мышц [66]. Пусть желаемым движением в системе (15) является экспоненциально быстрая сходимость $x_1(t)$, $x_2(t)$ к началу координат. Это требование выполнено на следующем желаемом множестве состояний:

$$\Omega_0 = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 | \mathbf{x} : x_1 + \lambda x_2 = 0\}, \ \lambda \in \mathbb{R}, \lambda > 0.$$

Тогда в качестве функции $\psi(\mathbf{x}, t)$ можно выбрать $\psi(\mathbf{x}, t) = x_1 + \lambda x_2$. Отметим, что функция $\psi(\mathbf{x}, t) = x_1 + \lambda x_2$ не является знакоопределенной и, следовательно, условие (9) не выполняется для такого целевого функционала.

Пусть $\psi(\mathbf{x}(t), t) \in L_\infty^1$, т. е. $x_1(t) + \lambda x_2(t) = v(t)$, $v(t) \in L_\infty^1$. Эквивалентные уравнения системы (15) в соответствии с этим ограничением определяются следующим образом:

$$\dot{x}_1 = -\lambda^{-1} x_1 + \lambda^{-1} v(t), \ x_2(t) + x_1(t) = v(t). \tag{16}$$

Очевидно, что система (16) обладает свойством "ограниченный вход - ограниченное состояние" по отношению к входу $v(t)$. В частности, свойство $v(t) = \psi(\mathbf{x}(t), t) \in L_\infty^1$ влечет $\mathbf{x}(t) \in L_\infty^2$. Следовательно, Гипотеза 1 (при $q = \infty$) выполняется для системы (15) относительно функции $\psi(\mathbf{x}, t) = x_1 + x_2$.

[4]Если, однако, ограниченность траекторий $\mathbf{x}(t)$ не требуется явным образом в постановке конкретной прикладной задачи (например, она обеспечивается внешним управлением или следует из физических свойств самой системы), Гипотеза 1 может быть исключена из рассмотрения.

Рассмотрим теперь класс допустимых управляющих входов $u(t)$, которые при выборе функции $\psi(\mathbf{x}, t)$ согласно Гипотезе 1, в принципе, позволяют гарантировать ограниченность $\mathbf{x}(t, \mathbf{x}_0, t_0, \boldsymbol{\theta}, u)$ для любого $\boldsymbol{\theta} \in \Omega_\theta$ and $\mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^n$ в (7). В соответствии с (14), ограниченность траекторий $\mathbf{x}(t, \mathbf{x}_0, t_0, \boldsymbol{\theta}, u)$ гарантируется, если управляющий вход u обеспечивает выполнение $\psi(\mathbf{x}(t), t) \in L_q^1[0, \infty]$.

Для этого рассмотрим динамику системы (7) относительно функции $\psi(\mathbf{x}, t)$:

$$\dot{\psi} = L_{\mathbf{f}(\mathbf{x},\boldsymbol{\theta})}\psi(\mathbf{x}, t) + L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})}\psi(\mathbf{x}, t)u + \frac{\partial \psi(\mathbf{x}, t)}{\partial t}. \tag{17}$$

В предположении, что $(L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})}\psi(\mathbf{x}, t))^{-1}$ существует и ограничено для всех $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, $t \in \mathbb{R}_+$, можно выбрать управляющий вход u в следующем классе функций:

$$u(\mathbf{x}, \hat{\boldsymbol{\theta}}, \boldsymbol{\omega}, t) = (L_{\mathbf{g}(\mathbf{x})}\psi(\mathbf{x}, t))^{-1}(-L_{\mathbf{f}(\mathbf{x},\hat{\boldsymbol{\theta}})}\psi(\mathbf{x}, t) - \frac{\partial \psi(\mathbf{x}, t)}{\partial t} - \tag{18}$$

$$-\varphi(\psi, \boldsymbol{\omega}, t)), \quad \varphi: \ \mathbb{R} \times \mathbb{R}^w \times \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R},$$

где $\boldsymbol{\omega} \in \Omega_\omega \subset \mathbb{R}^w$ — вектор параметров функции $\varphi(\psi, \boldsymbol{\omega}, t)$. Обозначая $L_{\mathbf{f}(\mathbf{x},\boldsymbol{\theta})}\psi(\mathbf{x}, t) = f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}, t)$ и принимая во внимание (18), перепишем (17) в виде:

$$\dot{\psi} = f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}, t) - f(\mathbf{x}, \hat{\boldsymbol{\theta}}, t) - \varphi(\psi, \boldsymbol{\omega}, t). \tag{19}$$

Таким образом, функция (18) приводит уравнения системы (7) в известную форму *моделей по ошибке* [56][5].

В практических приложениях, однако, вектор состояния $\mathbf{x}$ исходной модели (7) на всегда доступен для измерения. Более того, неточности математических моделей физических процессов и помехи измерения приводят к *немоделируемой динамике* в (19). Эти важные с практической точки зрения вопросы заслуживают отдельного рассмотрения, особенно в свете выбора допустимых моделей немоделируемого возмущения.

Учет всех известных моделей возмущения в одной постановке проблемы вряд ли возможен и скорее всего не имеет большого прикладного значения. Одним из приемлемых вариантов возмущений может быть аддитивная функция из $L_p^1[0, \infty]$ в правой части (19). В частности, при $p = \infty$ имеем стандартную ограниченную помеху, а при $p = 2$ — помеху с конечной энергией. Таким образом, вместо уравнений (19) в дальнейшем будем рассматривать:

$$\dot{\psi} = f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}, t) - f(\mathbf{x}, \hat{\boldsymbol{\theta}}, t) - \varphi(\psi, \boldsymbol{\omega}, t) + \varepsilon(t), \tag{20}$$

[5] Модели по ошибке (19) широко используются, в частности, для анализа систем с нелинейной параметризацией в задачах адаптивного управления [26, 32] и идентификации [45]

где функция $\varepsilon : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$, $\varepsilon \in L_p^1[0,\infty]$, $p \in \mathbb{R}_{\geq 1} \cup \infty$.

Одним из эффектных достоинств модели (20) в сравнении с (19) является то, что модель (20) позволяет явным образом учитывать наличие и специфические свойства наблюдателей (например, факт ограничености ошибки оценки состояния $\mathbf{e}(t) = \mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t)$ по норме в $L_p^n[0,\infty]$) в системе.

Определим, наконец, желаемые свойства функции $\varphi(\psi, \boldsymbol{\omega}, t)$ в (18), (20). Подавляющее большинство известных подходов в адаптивном управлении и идентификации [52, 55, 56, 60] требуют глобальную устойчивость по Ляпунову системы (20) при $\boldsymbol{\theta} \equiv \hat{\boldsymbol{\theta}}$. Вместо этого, однако, наиболее логичным и естественным выглядит требование, чтобы конечная энергия сигнала $\varepsilon_\theta(t) = f(\mathbf{x}(t), \boldsymbol{\theta}, t) - f(\mathbf{x}(t), \hat{\boldsymbol{\theta}}(t), t)$ (определенная, например, в смысле его $L_{p,[0,\infty]}^1$ нормы[6] по t) обеспечивала бы и конечность энергии (в смысле конечности $L_{p,[0,\infty]}^1$–нормы) решения $\psi(t, \psi_0, t_0, \boldsymbol{\omega}, \varepsilon_\theta(t) + \varepsilon(t))$. Формально это требование может быть сформулировано следующим образом.

Г и п о т е з а 2 (Оператор целевой динамики) *Рассмотрим систему уравнений:*

$$\dot{\psi} = -\varphi(\psi, \boldsymbol{\omega}, t) + \zeta(t), \tag{21}$$

где $\zeta : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$, а функция $\varphi(\psi, \boldsymbol{\omega}, t)$ идентична правой части (20) при $\boldsymbol{\theta} = \hat{\boldsymbol{\theta}}$, $\varepsilon(t) = 0$.

Для любого $\boldsymbol{\omega} \in \Omega_\omega$ система (21) задает всюду определенное передаточное отображение $L_p^1[0,\infty] \mapsto L_q^1[0,\infty]$ по отношению к входу $\zeta(t)$. Другими словами,

$$\zeta(t) \in L_p^1[0,\infty] \Rightarrow \psi(t, \psi_0, t_0, \boldsymbol{\omega}) \in L_q^1[0,\infty], \ \ \psi_0 \in \mathbb{R},$$

и существует функция $\gamma_{q,p}$ такая, что:

$$\|\psi(t)\|_{q,[0,\infty]} \leq \gamma_{q,p}(\psi_0, \boldsymbol{\omega}, \|\zeta(t)\|_{p,[0,\infty]}). \tag{22}$$

Отличительная особенность Гипотезы 2 состоит в том, что она не требует глобальной *асимптотической устойчивости* положения равновесия (невозмущенной, т. е. при $\zeta(t) = 0$) системы (21). В частности, система (21) может иметь неустойчивые по Ляпунову положения равновесия. Более того, существование самого положения равновесия в (21)

[6] Выбор $L_{p,[0,\infty]}^1$ нормы в качестве меры приемлемости процесса адаптации здесь обусловлен прежде всего наличием возмущения $\varepsilon(t) \in L_p^1[0,\infty]$, что позволяет упростить формулировку требуемых свойств системы и управления. В общем случае, однако, будем иметь ввиду, что подобной мерой может выступать, вообще говоря, любая разумная в контексте задачи норма функции $\varepsilon_\theta(t)$.

никак не постулируется. Невозмущенное движение системы (21) может быть хаотическим (в смысле, например, определений хаотической динамики, приведенных в [49]). Примером, таких систем, которые, с одной стороны, потенциально способны генерировать хаотические колебания, а с другой, удовлетворяют Гипотезе 2, являются известные уравнения Лоренца [53]:

$$\begin{aligned}
&\dot{x} = \sigma(y - x) + \zeta(t);\\
&\dot{y} = \rho x - y - xz;\\
&\dot{z} = -\beta z + xy, \ \sigma, \rho, \beta > 0.
\end{aligned} \tag{23}$$

В системе (23) переменная x выполняет роль функции $\psi(\mathbf{x}, t)$, а функция $\varphi(\psi, \boldsymbol{\omega}, t) = -\sigma\psi + \sigma y(t, \boldsymbol{\omega}, t_0, \zeta(t))$. Вектор $\boldsymbol{\omega}$ в этом случае является вектором начальных условий: $\boldsymbol{\omega} = (x_0, y_0, z_0)^T$.

Можно показать, что система (23) задает всюду определенное передаточное отображение $L_2^1[0, \infty] \mapsto L_\infty^3$ по отношению ко входу $\varepsilon(t)$ и вектору состояния $(x, y, z)^T$. Для этого рассмотрим функцию:

$$V_0(x, y, z) = \frac{1}{2}(x^2 + y^2 + (z - \sigma - \rho)^2).$$

Ее производная по времени может быть записана в виде:

$$\dot{V}_0 = -\sigma x^2 - y^2 - \beta\left(z - \frac{\sigma + \rho}{2}\right)^2 + \beta\frac{(\sigma + \rho)^2}{4} + x\varepsilon(t).$$

Учитывая, что

$$\left(z - \frac{\sigma + \rho}{2}\right)^2 \geq \frac{1}{2}(z - \sigma - \rho)^2 - \frac{(\sigma + \rho)^2}{4},$$

оценим $\dot{V}_0$ неравенством:

$$\begin{aligned}
\dot{V}_0 \quad &\leq \quad -\sigma x^2 - y^2 - \frac{\beta}{2}(z - \sigma - \rho)^2 + \frac{\beta}{2}(\sigma + \rho)^2 + x\varepsilon(t) \ \leq \\
&\leq \quad -\kappa(x^2 + y^2 + (z - \sigma - \rho)^2) + \frac{\beta}{2}(\sigma + \rho)^2 + x\varepsilon(t),
\end{aligned}$$

где $\kappa = \min\left\{\sigma, \frac{\beta}{2}, 1\right\}$. Следовательно,

$$\begin{aligned}
\dot{V}_0 \leq -2\kappa V_0 + \frac{\beta}{2}(\sigma + \rho)^2 + x\varepsilon(t) \leq -\kappa V_0 + \frac{\beta}{2}(\sigma + \rho)^2 - \\
-\kappa\left(x - \frac{\varepsilon(t)}{2\kappa}\right)^2 + \frac{\kappa\varepsilon^2(t)}{4}.
\end{aligned} \tag{24}$$

Пусть $\varepsilon(t) \in L_2^1[0,\infty]$. Тогда рассмотрим функцию

$$V(x,y,z,t) = \int_0^{V_0(x,y,z)} \varsigma(\xi) d\xi + \int_t^\infty \frac{\kappa\varepsilon^2(\tau)}{4} d\tau,$$

где $\varsigma : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ определена следующим образом:

$$\varsigma(\xi) = \begin{cases} 1, & \xi > \frac{\beta}{2\kappa}(\sigma+\rho)^2; \\ 0, & \xi \le \frac{\beta}{2\kappa}(\sigma+\rho)^2. \end{cases}$$

В соответствии с (24), производная по времени функции $V(x,y,z,t)$ удовлетворяет оценке:

$$\dot{V} \le \varsigma(V_0)\left(-\kappa V_0 + \frac{\beta}{2}(\sigma+\rho)^2\right) + \varsigma(V_0)\frac{\kappa\varepsilon^2(t)}{4} - \frac{\kappa\varepsilon^2(t)}{4} \le 0.$$

Следовательно, $x(t), y(t), z(t)$ ограничены и система (23) задает всюду определенное передаточное отображение $L_2^1[0,\infty] \mapsto L_\infty^3$. Это в свою очередь эквивалентно тому, что производная

$$\dot{\psi} = -\sigma\psi + \sigma y(t, \boldsymbol{\omega}, t_0, \zeta(t))$$

задает всюду определенное передаточное отображение $L_2^1[0,\infty] \mapsto L_\infty^1$ по отношению ко входу $\varepsilon(t)$ и состоянию $\psi(\mathbf{x},t) = x$.

Другой пример, удовлетворяющий Гипотезе 2 — это уравнения Хиндмарша и Роуза [50], моделирующие ионный ток через клеточную мембрану в клетках аксонов. Они широко используются в сферах искусственного интеллекта и нейронных сетей, например, для обработки визуальной информации [59].

Если устойчивость целевой динамики $\dot{\psi} = -\varphi(\psi, \boldsymbol{\omega}, t)$ следует автоматически из специфики конкретной прикладной задачи, то и в этом случае Гипотеза 2 обладает определенным преимуществом. Это преимущество заключается в том, что Гипотеза 2 не требует a priori знания *конкретной функции Ляпунова* для невозмущенной системы. Подобное свойство, кроме того, что оно является более “дружелюбным” к исследователю, позволяет в принципе синтезировать процедуры адаптации для систем с индуцируемой мультистабильностью [40, 47, 54, 64][7].

[7] В системах с индуцируемой мультистабильностью, т. е. в системах с множеством аттракторов и в которых траектории спонтанно переходят от одного аттрактора к другому в зависимости от внешних воздействий, синтез алгоритмов адаптации, основанный на знании конкретной функции Ляпунова требует наличия дополнительной информации о текущем динамическом состоянии системы (т. е. свойства аттракторов и их расположение в пространстве состояния) самой системы. Это влечет необходимость *идентификации* текущего динамического состояния системы *непосредственно перед* решением задачи адаптивного управления.

Формулирование допустимых функций $\varphi(\psi, \boldsymbol{\omega}, t)$ в обратной связи (18) (в общем случае динамической) позволяет определить понятие *недоминирующего управления.* Действительно, ответ на вопрос является ли управление $u(t)$ доминирующим зависит прежде всего от того, каким образом определен класс наиболее предпочтительных управляющих функций. Принимая во внимание, что единственная детерминированная компонента управления (18) в модели (20) это функция $\varphi(\psi, \boldsymbol{\omega}, t)$, то вполне естественно полагать, что класс $\mathcal{C}_\varphi$ функций $\varphi(\psi, \boldsymbol{\omega}, t)$, для которого цель управления достигается за счет изменений в $\hat{\boldsymbol{\theta}}$, определяет и класс допустимых недоминирующих управлений. Другими словами, адаптивное управление будем называть *недоминирующим* в классе $\mathcal{C}_\varphi$, если найдется такая функция $\hat{\boldsymbol{\theta}}(\mathbf{x}, t) : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}^d$, что цель управления достигается для всех $\mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^n$, $\boldsymbol{\theta} \in \Omega_\theta$, $\varphi \in \mathcal{C}_\varphi$.

Определение недоминирующего адаптивного управления на основе свойств класса допустимых функций $\varphi \in \mathcal{C}_\varphi$ позволяет применять это понятие, учитывая специфику конкретной постановки задачи. Так, например, недоминирующее управление в классе $C_\varphi = \{\varphi : \mathbb{R} \to \mathbb{R} |\ |\varphi(\cdot)| \in \mathcal{K},\ \varphi(\sigma)\sigma \leq 0,\ \sigma \in \mathbb{R}\}$ означает, что цель управления достигается при сколь угодно малых по амплитуде отрицательных обратных связях по ψ в системе (20). В случае же, если для достижения цели, например, при наличии немоделируемой динамики требуется привлекать дополнительные компенсирующие воздействия $v(t)$, то недоминирующее управление в классе $\mathcal{C}_\varphi = \{\varphi : \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R} | \varphi(\psi, t) = \varphi_0(\psi) + v(t)\}$, $\varphi_0 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $v : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$ означает, что неопределенность модели (20) компенсируется изменением $\hat{\boldsymbol{\theta}}(\mathbf{x}, t)$ с точностью до компенсации помехи за счет дополнительного сигнала $v(t)$ с заранее заданными спецификациями.

Таким образом, введены основные ограничения на допустимые классы систем (7) и классы допустимых управляющих функций.

Рассмотрим теперь класс допустимых функций $f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}, t)$ в (20). В подавляющем большинстве случаев, по крайней мере на уровне постановки задачи, желательно предполагать наиболее широкий (с точки зрения авторов) класс допустимых моделей параметризованных неопределенностей. С одной стороны, задание параметризации общего вида для функции $f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}, t)$ в принципе возможно, но методически вряд ли конструктивно из-за известных сложностей работы с нелинейностями общего вида. С другой стороны, доступные решения в литературе, как правило, ограничивающиеся нелинейностями (законами управления), допускающими приведение к линейно параметризованным, ведут к неадекватным с физической точки зрения моделям (управлениям) и как следствие результатам. Поэтому возникает необходимость найти класс нелинейностей, что описывают разумно широкий диапазон практически значимых физических эффектов, а с другой стороны дает основания надеяться на возможность отыскания решения задачи адаптивного управления. Подходящим классом нелинейностей является следующий класс функций:

Г и п о т е з а 3 (Параметризация) *Для заданной функции* $f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}, t)$ *в (20) существует функция* $\boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x}, t) : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}^d$, $\boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x}, t) \in C^1$ *и положительная константа* $D > 0$ *такие, что*

$$(f(\mathbf{x}, \hat{\boldsymbol{\theta}}, t) - f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}, t))(\boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x}, t)^T(\hat{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta})) \geq 0; \tag{25}$$

$$|f(\mathbf{x}, \hat{\boldsymbol{\theta}}, t) - f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}, t)| \leq D|\boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x}, t)^T(\hat{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta})|. \tag{26}$$

Первое неравенство (25) Гипотезы 3 выполняется, например, для любой гладкой нелинейной функции $f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}, t)$, монотонной по линейному функционалу $\boldsymbol{\phi}(\mathbf{x})^T\boldsymbol{\theta}$ относительно вектора параметров $\boldsymbol{\theta}$:

$$f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}, t) = f_m(\mathbf{x}, \boldsymbol{\phi}(\mathbf{x})^T\boldsymbol{\theta}, t);$$

$$\mathrm{sign}\left(\frac{\partial f_m(\mathbf{x}, \lambda, t)}{\partial \lambda}\right) = \mathrm{const}.$$

Функция $\boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x}, t)$, удовлетворяющая неравенству (25), в этом случае может быть выбрана следующим образом: $\boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x}, t) = M\boldsymbol{\phi}(\mathbf{x})\kappa(\mathbf{x}, t)$, где $\kappa : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$, $\kappa(\mathbf{x}, t) \in C^1$.

Второе неравенство (26) выполнено, если функция $f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\phi}(\mathbf{x})^T\boldsymbol{\theta}, t)$ не растет по переменной $\boldsymbol{\phi}(\mathbf{x})^T\boldsymbol{\theta}$ для всех $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ быстрее, чем линейная функция. Это требование выполнено, например, для функций $f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\phi}(\mathbf{x})^T\boldsymbol{\theta}, t)$, удовлетворяющих (глобально) условию Липшица по аргументу $\boldsymbol{\phi}(\mathbf{x})^T\boldsymbol{\theta}$:

$$|f_m(\mathbf{x}, \boldsymbol{\phi}(\mathbf{x})^T\boldsymbol{\theta}, t) - f_m(\mathbf{x}, \boldsymbol{\phi}(\mathbf{x})^T\boldsymbol{\theta}', t)| \leq D_\theta(\mathbf{x}, t)|\boldsymbol{\phi}(\mathbf{x})^T(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}')|.$$

В частности, неравенства (25), (26) выполняются для функций вида $f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\phi}(\mathbf{x})^T\boldsymbol{\theta}, t)$ где $\boldsymbol{\alpha}(\mathbf{x}, t) = MD_\theta(\mathbf{x}, t)\boldsymbol{\phi}(\mathbf{x})$. Неравенства (25), (26) представляют собой ограничения, естественным образом расширяющие класс линейно параметризованных моделей до нелинейных по параметрам. В дополнение к линейно параметризованным моделям Гипотеза 3 покрывает (по крайней мере, для ограниченных $\boldsymbol{\theta}, \hat{\boldsymbol{\theta}} \in \Omega_\theta$) широкий класс практически значимых моделей физических процессов с нелинейной параметризацией. Они включают, например, модели трения [41], [58], [44], нелинейные процессы в дамперах автомобильной подвески [51], гладкое насыщение и зоны нечувствительности в механических системах. Этот класс включает модели неопределенности в биореакторах [42], сигмоидные и гауссовские нелинейности, используемые в моделях процессов нервной деятельности [48]. Графики на рис. 2 служат иллюстрацией к Гипотезе 3 для нелинейно параметризованных функций $f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}, t) = f_m(\boldsymbol{\phi}(\mathbf{x})^T\boldsymbol{\theta}, t)$, $f_m : \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$. Жирной линией в каждом блоке показаны функции $MD\boldsymbol{\phi}(\mathbf{x})^T\boldsymbol{\theta}$, $D = \max_{\mathbf{x},t} |D_\theta(\mathbf{x}, t)|$ соответственно.

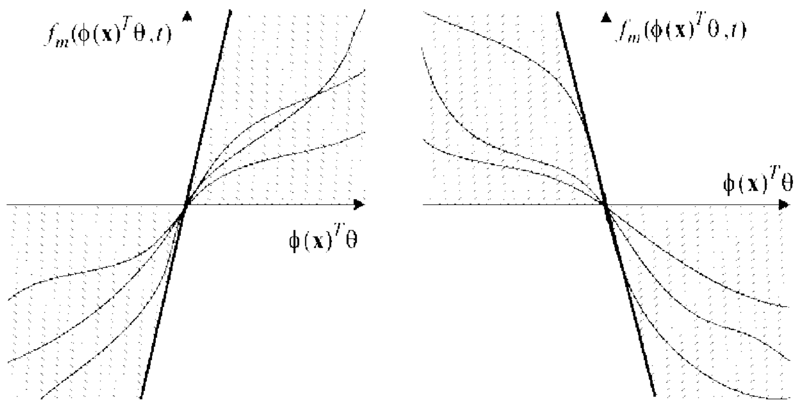

Рис. 2: Иллистрации к Гипотезе 3.

Гипотезы 1–3 позволяют, наконец, формально поставить задачу адаптивного управления как проблему достижения *целевого множества* ψ^*, *аттрактора* Ω_0 (в случае выполнения условий (10)–(12)) или *динамического состояния* (21) (или (13) на множестве ψ^*) в классе моделей неопределенности за счет изменения $\hat{\boldsymbol{\theta}}(\mathbf{x}, t)$. При этом качество процессов адаптации характеризуется свойствами *недоминирующего управления* в классе функций $\varphi \in C_\varphi$ и свойствами целевого оператора (Гипотеза 1), оператора целевой динамики (Гипотеза 2) и энергией сигнала $f(\mathbf{x}(t), \boldsymbol{\theta}, t) - f(\mathbf{x}(t), \hat{\boldsymbol{\theta}}(t), t)$ в смысле его $L_p^1[0, \infty]$– нормы.

8. Базовая функциональная структура нейросетевых адаптивных систем

Базовая функциональная структура адаптивных систем (рис. 3) не выходит за рамки известной двухуровневой структуры адаптивных систем прямого действия. Но существенно различаются функции блоков такой системы. Блок, обозначенный как АЛГОРИТМ, строится на основе информации о классе математических моделей реального нелинейного объекта управления и это — *перестраиваемая* часть адаптивного нейроконтроллера. Блок должен обладать способностью реализовать функцию из класса и это — *неизменяемая* часть нейроконтроллера для того класса нелинейных моделей объекта, для которых предназначен типовой адаптивный регулятор. Полезно провести параллель между типовыми ПИД-регуляторами и рассматриваемой структурой. В ПИД-регуляторе неизменяемая часть — это аналоговая или цифровая схема с нормирован-

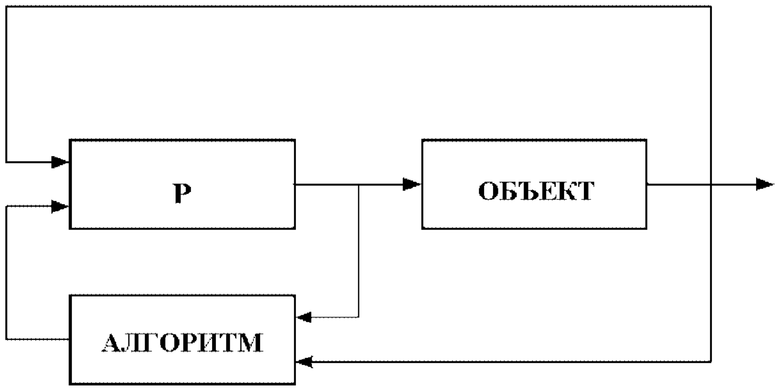

Рис. 3: Структура адаптивных систем.

ными сигналами вход/выход, формирующая компоненты ПИД-закона, а настраиваемая часть — параметры ПИД-закона под конкретный объект в классе типовых линейных моделей. В адаптивном нейроконтроллере неизменяемая часть выполняется в виде настраиваемой многослойной нейронной сети, потенциально "содержащей" множество нелинейных функций управления, а перестраиваемая часть формируется на основе *типовой макроинформации* о состоянии конкретного объекта в классе и *типового алгоритма* настройки весовых коэффициентов синаптических связей искусственных нейронов (или библиотеки типовых алгоритмов). Из предложенного подхода к построению типового адаптивного нейроконтроллера следует, что принципиальная возможность такого построения базируется на использовании трех *типовых* решений:

— *типовой однородной вычислительной структуры* регулятора на базе обучаемой многослойной нейронной сети;

— *типовой информации о состоянии* объекта в виде макропеременных — инвариантов фазового пространства объекта управления или системы в целом;

— *типовых алгоритмов* обучения нейросети.

Естественно, что другие типовые решения, о которых речь шла выше, также используются в реализации нейроконтроллера.

Выбор типовых решений, в свою очередь, должен опираться на новые теоретические результаты решения проблем адаптивного управления, необходимость которых была аргументирована анализом проблемных противоречий современной теории адаптивных систем.

9. Основные результаты

За рамками статьи остается ряд результатов, полученных к настоящему времени авторами в контексте сформулированных положений и новой постановки задачи синтеза адаптивного управления на многообразиях. В их числе:

1. Содержательная и формальная постановка задачи энергосберегающего или недоминирующего адаптивного управления нелинейными системами с нелинейной параметризацией, неустойчивой целевой динамикой и решение этой проблемы в рамках постановки с привлечением аппарата нелинейной динамики и нейронных сетей содержится в работах [16, 32, 38, 62, 63].

2. Условия асимптотической/спонтанной синхронизации для класса динамических сетей с хаотической динамикой базовых процессорных элементов (искусственных нейронов). Установлено, что достаточным (и необходимым для возникновения двух кластеров) условием для синхронизации является специальное условие "баланса связей". Проанализированы типовые механизмы синхронизации, возможные в подобных сетях. Новые результаты опубликованы в работах [39, 61].

3. Алгоритмы адаптивного управления объектами с нелинейной параметризацией, обеспечивающие качество переходных процессов для класса моделей сигнально-параметрической неопределенностью и алгоритмы адаптации, использующие макроинформацию о свойствах нелинейности в классе введены и исследованы в работах [33, 38, 39, 62].

4. Постановка задачи синтеза алгоритма поиска глобального экстремума в статических системах с нелинейной параметризацией и квадратичным функционалом качества. Предложено эквивалентное преобразование статических систем такого класса к динамическим системам с линейной параметризацией. Это позволило применить методы теории адаптивного управления для синтеза алгоритмов оценки искомых параметров. Для введенных алгоритмов настройки сформулированы условия их применимости. Эти результаты опубликованы в работах [33, 34].

5. Новый класс алгоритмов адаптивного управления для объектов с невыпуклой параметризацией, гарантирующий для аффинных по управлению систем интегрируемость квадрата разности между диссипативной и консервативной составляющей управляющей функции. Проанализированы свойства таких алгоритмов и найдены условия их физической реализуемости [35]. Получены результаты, распространяющие предложенные алгоритмы адаптации на более широкий класс нелинейных систем. Основная идея такого расширения состоит в использовании вложения исходного класса моделей в пространство более высокой размерности, в котором в свою очередь выполняются условия непосредственной реали-

зации, сформулированные в предыдущей работе [35, 36].

6. Нейросетевая реализация алгоритмов адаптации в нелинейных системах с применением рекуррентных сетей [38].

7. Новый класс нелинейных алгоритмов адаптивного управления в конечной форме, без использования в явном виде производных функции по времени [35, 36, 39].

10. Заключение

Выполненные к настоящему времени исследования и их результаты свидетельствуют о перспективности нейросетевых технологий для реализации адаптивных алгоритмов управления многомерными нелинейными динамическими объектами.

В обоснование этого вывода положены, во-первых, уникальные возможности искусственных нейронных сетей для формирования перестраиваемых в реальном времени и предварительно обученных на модель класса нелинейных объектов нейронных сетей по информации, заключенной в технологических инвариантах или, иначе, целевых динамических аттракторах.

Во-вторых, использование исходно нелинейных моделей и информации, адекватной физическим и иной природы процессам в реальном объекте управления, на основе которой строятся аналитические прототипы нелинейных законов управления и которые реализуются нейронными сетями.

В-третьих, развиваемый авторами подход основывается на использовании макроинформации о динамическом состоянии управляемого объекта и исходит из синергетической концепции управления — энергосберегающего или недоминирующего. Он изначально ориентирован на гарантируемое качество процессов в системе и, таким образом, на функционально обеспечиваемую грубость в реальных условиях.

Список литературы

[1] *Рябинин А. Д., Шквар А. М.* Некоторые принципы функционального построения инвариантных бионических систем управления // Тр. 4-го Всесоюз. совещ. “Теория инвариантности и теория чувствительности автоматических систем”. Ч. II. 26-30 апреля 1971. Киев. 1971. С. 54–64.

[2] *Ortega R., Astolfi A., Barabanov N. E.* Nonlinear PI control of uncertain systems: an alternative to parameter adaptation // Systems & Control Letters. 2002. Vol. 47. № 3. P. 259–278.

[3] *Omatu S., Khalid M., Yusof R.* Neuro-Control and its Applications. Springer / Омату С., Халид М., Юсоф Р. Нейроуправление и его приложения / Пер. с англ. Под общ. ред. А. И. Галушкина и В. А. Птичкина. Сер. "Нейрокомпьютеры и их применение". Кн. 2. М.: ИПРЖР. 2000. 272 с.

[4] *Абиев Р. Г., Алиев Р. А., Алиев Р. Р.* Синтез систем автоматического управления с обучаемыми на нейронной сети нечетким контроллером // Изв. РАН. Техническая кибернетика. 1994. № 2. С. 192–197.

[5] *Горбань А. Н.* Обобщение аппроксимационной теоремы Стоуна // "Нейроинформатика и ее приложения". Тезисы докладов 5-го Всеросс. семинара. 3-5 октября 1997. Красноярск: Изд.-во КГТУ. 1997. С. 59–62.

[6] *Cybenco G.* Approximation by superpositions of a sigmoidal function // Math. of Control, Signals and Systems. 1989. № 2. P. 303–314.

[7] *Barron A. R.* Universal approximation bounds for superposition of a sigmoidal function // IEEE Trans. Inform. Theory. 1993. Vol. 39. P. 930–945.

[8] *Dingankar A. T.* The unreasonable effectiveness of neural network approximation // IEEE Trans. on Automat. Control. 1999. Vol. 44. № 11. P. 2043–2044.

[9] *Lavretsky E.* On the geometric convergence of neural approximations // IEEE Trans. on Neural Networks. 2002.Vol. 13. № 2. P. 274–282.

[10] *Терехов В. А., Ефимов Д. В., Тюкин И. Ю., Антонов В. Н.* Нейросетевые системы управления. СПб. Изд.-во С.-Петербургского госуниверситета. 1999. 265 с.

[11] *Терехов В. А., Ефимов Д. В., Тюкин И. Ю.* Нейросетевые системы управления. Сер. "Нейрокомпьютеры и их применение". Кн. 8. Под общ. ред. А. И. Галушкина. М.: ИПРЖР. 2002. 480 с.

[12] *Lewis F. L., Parisini T.* Guest Editorial: Neural network feedback control with guaranteed stability // Int. J. of Control. 1998. Vol. 70. № 3. P. 337–339.

[13] *Терехов В. А., Тюкин И. Ю.* Исследование устойчивости процессов обучения многослойных нейронных сетей. I. // АиТ. 1999. № 10. С. 145–161.

[14] Современная прикладная теория управления / Ч. I. "Оптимизационный подход в теории управления". 400 с.; ч. II. "Синергетический подход в теории управления". 559 с.; ч. III. "Новые классы регуляторов технических систем". 656 с. Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2000.

Синергетика и проблемы теории управления / Под ред. А. А. Колесникова. М.: Физматлит. 2004. 504 с.

[15] *Якубович В. А.* К теории адаптивных систем // ДАН СССР. 1968. Т. 182, № 3. С. 518–521.

[16] *Терехов В. А., Тюкин И. Ю.* Эволюция и проблемы теории адаптивного управления // "Мехатроника, Автоматизация, Управление". Часть I. № 6. 2003. С. 9–18; Часть II. № 7. 2003. С. 2–11.

[17] *Systems & Control Letters.* 2003. Vol. 49. № 3.

[18] *Florentin J. J.* Optimal probing, adaptive control of a simple Bayesian system // J. Electronics Contr. 1962. № 13. P. 165.

[19] *Траксел Дж.* Самонастраивающиеся системы (обзорный доклад) // Тр. 2 межд. конгресса ИФАК "Дискретные и самонастраивающиеся системы". Базель, Швейцария. 28 августа – 4 сентября 1963. М.: Наука. 1965. С. 240–251.

[20] *Ortega R., Hsu L., Astolfi A.* Immersion and invariance adaptive control of linear multivariable systems // Systems & Control Lett. 2003. Vol. 49. № 3. P. 37–47.

[21] *Саридис Дж.* Самоорганизующиеся стохастические системы управления. М.: Наука. 1980. 400 с.

[22] *Krstic M., Kanellakopoulos I., Kokotovic P. V.* Adaptive nonlinear control without overparamertrization // System & Control Letters. 1992. Vol. 19. P. 177–185.

[23] *Lee T.-H., Narendra K. S.* Robust adaptive control of discrete-time systems using persistent excitation // Automamica. 1988. Vol. 24. № 6. P. 781–788.

[24] *Karsenti L., Lamnabhi-Lagarrige F., Bastin G.* Adaptive control of nonlinear system with nonlinear parameterization // System & Control Letters. 1996. Vol. 27. P. 87–97.

[25] *Путов В. В.* Методы построения адаптивных систем управления нелинейными нестационарными динамическими объектами с функционально-параметрической неопределенностью. Дисс. на соискание уч. степени д-ра техн. наук. СПб. СПбГЭТУ. 1993. 603 с.

[26] *Ai-Poh Loh, Annaswamy A. M., Skantze F. P.* Adaptation in the presence of a general nonlinear parameterization: An error model approach // IEEE Trans. on Automatic Control. 1999. Vol. 44. № 9. P. 1634–1652.

[27] *Koji C. A., Annaswamy A. M.* Adaptive control of nonlinearly parameterized systems with a triangular structure // Automatica. 2002. Vol. 38. № 1. P. 115-123.

[28] *Lin W., Qian C.* Adaptive Control of Nonlinearly Parameterized Systems: The Smooth Feedback Case // IEEE Trans. Automatic Control. 2002. Vol. 47. № 8. P. 1249–1266.

[29] *Lin W., Qian C.* Adaptive Control of Nonlinearly Parameterized Systems: A Nonsmooth Feedback Framework // IEEE Trans. Automatic Control. 2002. Vol. 47. № 5. P. 757–773.

[30] *Дружинина М. В., Никифоров В. О., Фрадков А. Л.* Методы адаптивного управления нелинейными объектами по выходу // АиТ. 1996. № 2. С. 3–33.

[31] *Терехов В. А., Тюкин И. Ю.* Эволюция проблемы адаптивного управления // Сер. "Информатика, управление и компьютерные технологии" / Изв. СПбГЭТУ "ЛЭТИ". Вып. 1. 2003. С. 121–144.

[32] *Tyukin I. Yu., Prokhorov D. V., Terekhov V. A.* Adaptive Control with Nonconvex Parameterization // IEEE Trans. on Automat. Contr. 2003. Vol. 48. № 4. P. 554–567.

[33] *Тюкин И. Ю.* Оценка параметров суперпозиции сигмоидных функций с помощью эквивалентных систем дифференциальных уравнений // Сб. докл. Всеросс. науч. конф. "Управление и информационные технологии (УИТ'2003)" в 2-х томах. 3-4 апреля 2003, Санкт-Петербург. М.: Изд.-во Испо-Сервис. 2003. Т. 1. С. 274–278.

[34] *Tyukin I. Yu., Cees van Leeuwen, Prokhorov D.* Parameter Estimation of Sigmoid Superpositions // Neural Computation. 2003. Vol. 15. № 10. P. 2419–2455.

[35] *Тюкин И. Ю.* Алгоритмы адаптации в конечной форме для класса нелинейных динамических объектов // АиТ. 2003. № 6. С. 114–140.

[36] *Tyukin I. Yu, Prokhorov D. V., Cees van Leeuwen* Finite Form Realizations of Adaptive Control Algorithms // Proc. of IEE European Control Conference. Cambridge, UK. September 1-4 , 2003.

[37] *Tyukin I. Yu., Cees van Leeuwen* On the Choice of Coupling in a System of Coupled Maps: Structure Implies Features // Proc. of the Int. Conf. "Physics and Control" (Physcon'2003). August 20-22, 2003. Saint Petersburg, Russia.

[38] *Тюкин И. Ю., Терехов В. А.* Нейросетевое решение задачи адаптивного управления классом нелинейных динамических объектов с невыпуклой параметризацией // Нейрокомпьютеры: разработка и применение. 2004. №№ 7 -8. С. 4–16.

[39] *Tyukin I. Yu., Cees van Leeuwen* Adaptive Algorithms in Finite Form for Nonconvex Parameterized Systems with Low-triangular Structure// Proceedings of IFAC Workshop on Adaptation and

Learning in Control and Signal Processing (ALCOSP 2004), Yokohama, Japan, 29 - 31 August, 2004. P. 261–266.

[40] *Arecchi F. T., Meucci R., Puccioni G. and Tredicce J.* Experimental evidence of subharmonic bifurcations, multistability, and turbulence in a q-switched gas laser // Phys. Rev. Lett. 1982. Vol. 49. № 6. P. 1217–1220.

[41] *Armstrong-Helouvry B.* Stick silp and control in low-speed motion // IEEE Trans. on Automatic Contr. 1993. Vol. 38. № 10. P. 1483–1496.

[42] *Boskovic J. D.* Stable adaptive control of a class of first-order nonlinearly parameterized plants // IEEE Trans. on Automatic Control. 1995. Vol. 40. № 2. P. 347–350.

[43] *Byrnes C. I., Isidori A.* Limit sets, zero dynamics, and internal models in the problem of nonlinear output regulation // IEEE Trans. on Automat. Contr. 2003. Vol. 48. № 10. P. 1712–1723.

[44] *Canudas C., de Wit, Tsiotras P.* Dynamic tire models for vehicle traction control // In Proceedings of the 38th IEEE Control and Decision Conference. 1999.

[45] *Cao C., Annaswamy A. M. , Kojic A.* Parameter convergence in nonlinearly parametrized systems // IEEE Trans. on Automatic Contr. 2003. Vol. 48. № 3. P. 397–411.

[46] *Chantranuwathana S., Peng H.* Adaptive robust control for active suspensions // In Proc. of the American Control Conference. 1999. P. 1702–1706.

[47] *Chizhevsky V. N.* Coexisting attractors in a CO_2 laser with modulated losses // J. Opt. B: Quantum Semiclassical Opt. 2000. № 2. P. 711–717.

[48] *Dayan P., Abbott L. F.* Theoretical Neuroscience: Computational and Mathematical Modeling of Neural Systems. MIT Press. 2001.

[49] *Guckenheimer J., Holmes P.* Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems and Bifurcations of Vector Fields. Springer. 2002.

[50] *Hindmarsh J. L., Rose R. M.* A model of neuronal bursting using 3 coupled 1st order differential-equations // Proc. R. Soc. Lond. 1984. B 221(1222). P. 87–102.

[51] *Kitching K. J. , Cole D. J., Cebon D.* Performance of a semi-active damper for heavy vehicles // ASME Journal of Dynamic Systems Measurement and Control. 2000. Vol. 122. № 3. P. 498–506.

[52] *Krstic M., Kanellakopoulos I., Kokotovic P.* Nonlinear and Adaptive Control Design. Wiley and Sons Inc. 1995.

[53] *Lorenz E. N.* Deterministic nonperiodic flow // Journal of the Atmospheric Sciences. 1963. Vol. 20. P. 130–141.

[54] *Maldonado O., Markus M., Hess B.* Coexistence of three attractors and hysteresis jumps in a chaotic spinning top // Phys. Lett. A. 1990. 144. P. 153–158.

[55] *Miroshnik I. V., Nikiforov V. O., Fradkov A. L.* Nonlinear and Adaptive Control of Complex Systems. Kluwer. 1999.

[56] *Narendra K. S., Annaswamy A. M.* Stable Adaptive systems. Prentice–Hall. 1989.

[57] *Okamura A. M., Richard C., Cutkosky M. R.* Feeling is believing: Using a force-feedback joystick to teach dynamic systems // ASEE Journal of Engineering Education. 2002. Vol. 91. № 3. P. 345–349.

[58] *Pacejka H. B., Bakker E.* The magic formula tyre model // In Proc. of 1-st Tyre Colloquium, Delft, October 1991. Supplement to Vehicle System Dynamics. 1993. Vol. 21. P. 1–18.

[59] *Raffone A., van Leeuwen C.* Dynamic synchronization and chaos in an associative neural network with multiple active memories// Chaos. 2003. Vol. 13. № 3. P. 1090–1104.

[60] *Sastry S., Bodson M.* Adaptive Control: Stability, Convergence, and Robustness. Prentice Hall. 1989.

[61] *Oud W., Tyukin I. Yu.* Sufficient conditions for synchronization in an ensemble of Hindmarsh and Rose neurons: passivity-based approach // In Proceedings of the 6-th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems. Shtutgart, Germany, 1–3 September 2004.

[62] *Tyukin I. Yu., Efimov D. V., van Leeuwen C.* Adaptive regulation to invariant sets // In Proc. of the 16-th IFAC World Congress. Prague, Czech Republic, 4–8 July 2005.

[63] *Tyukin I. Yu., van Leeuwen C.* Adaptation and nonlinear parameterization: Nonlinear dynamics prospective// In Proc. of the 16-th IFAC World Congress. Prague. Czech Republic. 4–8 July 2005.

[64] *Weigel R., Jackson E. A.* . Experimental implementation of migrations in multiple-attractor systems// Int. J. Bifurcation Chaos Appl. Sci. Eng. 1998. Vol. 8. № 1. P. 173–178.

[65] *Wilde D. J., Beightler C. S.* Foundation of Optimization. Prentice-Hall. 1967.

[66] Wu C., Houk J. C., Young K. Y., Miller L. E. Nonlinear damping of limb motion// In J. M. Winters and Woo S-L. Y. editors, Multiple Muscle Systems Springer-Verlag. 1990. P. 214–235.