

На правах рукописи

Золотин Андрей Алексеевич

МАТРИЧНО-ВЕКТОРНЫЕ УРАВНЕНИЯ
ЛОКАЛЬНОГО АПОСТЕРИОРНОГО ВЫВОДА
В АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ВАЙЕСОВСКИХ СЕТЯХ

Специальность 05.13.17 —
Теоретические основы информатики

Автореферат
диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Санкт-Петербург — 2018

Работа выполнена на кафедре информатики Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет» и в лаборатории теоретических и междисциплинарных проблем информатики Федерального государственного бюджетного учреждения науки Санкт-Петербургского института информатики и автоматизации Российской академии наук.

Научный руководитель: **Александр Львович Тулупьев**, доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры информатики Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет»

Официальные оппоненты: **Сергей Дмитриевич Махортов**, доктор физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой математического обеспечения ЭВМ факультета прикладной математики, информатики и механики Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Воронежский государственный университет»;

Илья Сергеевич Солдатенко, кандидат физико-математических наук, доцент, заместитель декана факультета прикладной математики и кибернетики по научной работе и информатизации, доцент кафедры информационных технологий, начальник отдела информационных технологий Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Тверской государственный университет»

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет)»

Защита состоится 17 мая 2018 г. в 13:30 на заседании диссертационного совета Д 212.232.51 при Санкт-Петербургском государственном университете по адресу: 198504, Санкт-Петербург, Старый Петергоф, Университетский пр., д. 28.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке им. М. Горького Санкт-Петербургского государственного университета по адресу: 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7-9 и на сайте <https://dissert.spbu.ru/files/dissert2/dissert/64fRq835PC.pdf>.

Автореферат разослан 7 марта 2018 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета
Д 212.232.51,
д-р физ.-мат. наук, профессор



Демьянович Юрий Казимирович

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Развитие информационных технологий и усовершенствование методов сбора данных ставит перед исследователями в области искусственного интеллекта задачу увеличения скорости обработки полученных данных, что приводит к появлению новых математических моделей, структур и алгоритмов над ними. Одним из недостатков получаемых данных является неопределенность, порождаемая как нехваткой данных, так и необходимостью трансформировать высказывания на естественном языке в численные оценки вероятностей. Возможным решением данной проблемы являются интервальные (неточные) оценки вероятностей, позволяющие выразить указанную неопределенность в алгебраических терминах. Такой подход используется и в алгебраических байесовских сетях (АВС) — одним из молодых представителей интеллектуальных систем.

В основе структуры АВС лежит принцип декомпозиции знаний на небольшие фрагменты, тесно связанные между собой. Фрагменты знаний, соединяясь, в свою очередь образуют иерархию глобальных структур АВС, представляемых графами или иными математическими объектами. Декомпозиция данных на фрагменты позволяет экспоненциально сократить объем вычислений, проводимых в рамках операций вывода, по сравнению с количеством операций проводимых над объемлющей структурой АВС [43].

С одной стороны, вариативность структур данных создает необходимость исследования не только классических для теории алгебраических байесовских сетей моделей фрагментов знаний, но и их альтернативных аналогов. Кроме того, наличие нескольких видов глобальных структур в теории алгебраических байесовских сетей форсирует развитие глобальных видов вывода, одновременно ставя новые задачи и на локальном уровне вывода.

С другой стороны, существующие библиотеки поддержания логико-вероятностного вывода в алгебраических байесовских сетях в значительной степени не опираются на последовательную реализацию имеющихся теоретических достижений, их не удается в полной мере перевести на реализацию алгоритмов вывода, использующих матрично-векторную нотацию, поскольку ряд ее аспектов оказался незавершенным. Это, в частности, приводит к заметному объему трудносопровождаемого кода. Использование матрично-векторного языка позволит применить уже существующие стандартные библиотеки для работы с объектами линейной алгебры, что сделало бы соответствующий код более обзорным и управляемым.

Соответственно актуальность работы состоит в развитии матрично-векторного подхода в описании локального апостериорного логико-вероятностного вывода с тем, чтобы этот подход оказался применим при разработке и реализации соответствующих алгоритмов в полной мере.

Степень разработанности темы. На базе лаборатории теоретических и междисциплинарных проблем информатики СПИИРАН (ТиМПИ СПИИРАН) были формализованы понятия непротиворечивости для фрагментов знаний с бинарными, скалярными и интервальными оценками вероятностей [47], разработаны методы проверки и поддержания непротиворечивости как на локальном так и на глобальном уровне [45]. Кроме того, в контексте теории АВС были формализованы локальный априорный логико-вероятностный вывод для формулы в СДНФ [48] и функциональное описание глобального апостериорного вывода в случае ациклической сети [46]. Все вышеупомянутые теоретические изыскания подкреплены зарегистрированным комплексом программ, реализующим хранение, представление и процедуры ЛВВ в АВС [50].

Приблизительно в это же время исследованием АВС занимался А.В. Сироткин. В своих работах он предложил линейный оператор ненормированного локального апостериорного вывода и дал оценки сложности алгоритмов локального ЛВВ и алгоритмов поддержания непротиворечивости, что позволило численно охарактеризовать эффективность АВС [49]. Все полученные результаты были реализованы в комплексе программ на С++ [44] с использованием матрично-векторных операций, что позволило увеличить производительность ЛВВ [2].

Вопросы графов смежности в АВС, а также иные направления изучения глобальных структур развивал А.А. Фильченков [51]. Один из вариантов алгоритмов синтеза минимального графа смежности был предложен В.В. Опариным [42]. Существенный вклад в развитие и компаративный анализ реализаций алгоритмов синтеза глобальных структур также внесли Д.М. Столяров, Д.Г. Левенец, А.В. Романов, М.А. Зотов, А.И. Везезин и соискатель [40; 41; 50].

Объектом данного исследования являются алгебраические байесовские сети, а предметом — алгоритмы локального апостериорного вывода оценок вероятности истинности.

Целью данной работы является автоматизация локального апостериорного вывода в алгебраических байесовских сетях в условиях неопределенности на основе развития формализации с помощью матрично-векторного языка.

Для достижения поставленной цели достаточно было решить следующие задачи:

1. Развить и усовершенствовать алгоритмы локального апостериорного вывода за счет сведения всех компонент уравнений к матрично-векторной форме;
2. Сформулировать ограничения и построить задачи линейного программирования для первой и второй задач апостериорного вывода в случае неточного свидетельства или интервальных оценок вероятностей элементов фрагмента знаний с учетом новой матрично-векторной формализации;
3. Предложить способ формирования виртуального свидетельства (при его распространении) на основе матрично-векторных уравнений;
4. Разработать методы оценки чувствительности и исследовать чувствительность решения первой задачи локального апостериорного вывода для фрагментов знаний над идеалом конъюнктов, идеалом дизъюнктов и набором пропозиций-квантов;
5. Реализовать указанные алгоритмы в прототипе комплекса программ для проведения вычислительных экспериментов, пригодном для применения приемов визуализации с помощью веб-интерфейса.

Методология и методы исследования. Сущность методологии состоит в формулировании математических утверждений с последующим их доказательством, в описании алгоритмов в сочетании с изучением их свойств, в апробации теоретических результатов, посредством их реализации в коде программ и проведении вычислительных экспериментов, что, в целом, характерно для научного поиска в области математики и информатики. Методология работы основана на методах формализации, математического моделирования, анализа и синтеза теоретического и практического материала, методах индукции, дедукции и методах программной инженерии.

В обзорной части, а также при развитии теоретической части исследования используются объекты и методы теории вероятностей, вероятностной логики, методы линейной алгебры, булевой алгебры и теория экстремальных задач (в решении и описании задач линейного и гиперболического программирования). В основу проектирования и разработки комплекса программ легли принципы и шаблоны структурного объектно-ориентированного программирования, а также

ряд технологий, связанных с языками реализации (C# и Javascript) и средами разработки (Microsoft Visual Studio и Microsoft Visual Studio Code).

По своим подходам и методам, использованным при решении ряда задач по построению моделей, анализу и обработке знаний с вероятностной неопределённостью, диссертационное исследование относится к разделу искусственного интеллекта, изучающему и развивающему методы, алгоритмы и средства представления знаний с неопределённостью.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Формулировка и доказательство теорем о матрично-векторных уравнениях локального апостериорного вывода для различных видов фрагментов знаний и типов оценок вероятностей истинности элементов;

2. Построение матриц перехода от вектора вероятностей элементов идеала дизъюнктов к векторам вероятностей элементов идеала конъюнктов и набора пропозиций-квантов;

3. Алгоритм покомпонентного вычисления векторов, участвующих в формировании нормирующих множителей в алгоритмах апостериорного вывода;

4. Построение задач линейного программирования для первой и второй задач апостериорного вывода в случае неточного свидетельства или интервальных оценок вероятностей элементов фрагмента знаний;

5. Описание способа формирования матрицы, с помощью которой виртуальное свидетельство проецируется из фрагмента знаний с апостериорными вероятностями;

6. Методы оценки чувствительности и сама оценка чувствительности уравнений первой задачи локального апостериорного вывода для фрагментов знаний над идеалом конъюнктов, идеалом дизъюнктов и набором пропозиций-квантов;

7. Реализация локальных структур и алгоритмов логико-вероятностного вывода в комплексе программ на языке C# для проведения вычислительных экспериментов; разработка графического пользовательского интерфейса, а также веб-интерфейса, дающего возможность коллаборативной работы с рассматриваемыми структурами и их визуализациями.

Научная новизна. Все выдвигаемые на защиту результаты являются новыми. Изучена альтернативная модель фрагмента знаний, построенного над идеалом дизъюнктов. Сформированы матрицы перехода от вектора вероятностей идеала дизъюнктов к векторам вероятностей конъюнктов и квантов. Впервые предложена завершённая матричная форма нормирующих множителей в уравнениях для решения первой и второй задачи апостериорного вывода для фрагментов знаний над идеалом конъюнктов, идеалом дизъюнктов и множеством пропозиций-квантов. Для каждого из векторов, входящих в нормирующий множитель, получено разложение на элементарные вектора малой размерности. Кроме того, предложены алгоритмы покомпонентного вычисления указанных векторов. Для случаев интервальных оценок вероятностей в свидетельствах или фрагментах знаний построены задачи линейного программирования для обеих задач апостериорного вывода, учитывающих новую матрично-векторную формализацию.

В контексте новой формализации впервые была исследована чувствительность уравнений первой задачи апостериорного вывода. Иначе говоря, построены задачи линейного программирования, решение которых даёт точную оценку чувствительности уравнений первой задачи апостериорного вывода к вариации оценок вероятностей элементов фрагмента знаний. Для каждого из трёх видов фрагментов знаний получены матричные уравнения, дающие накрывающую оценку чувствительности упомянутой задачи.

Развита описание глобального апостериорного вывода: построена матрица, выделяющая виртуальное свидетельство из фрагмента знаний с апостериорными оценками вероятностей, то есть обеспечивающая проекцию вектора вероятностей фрагмента знаний так, чтобы получался вектор вероятностей элементов фрагмента-сепаратора.

Разработаны программные компоненты, реализующие структуры хранения и алгоритмы логико-вероятностного вывода в алгебраических байесовских сетях и отличающиеся использованием последних теоретических результатов. Математическая библиотека дополнена десктопным интерфейсом, дающим доступ ко всей ее функциональности и веб-интерфейсом для коллаборативной работы.

Теоретическая и практическая значимость. Полученные теоретические результаты развивают область искусственного интеллекта в целом и вероятностных графических моделей в частности. Материалы исследования могут быть использованы при подготовке общих и специальных дисциплин для студентов математических и технических специальностей «Алгебраические байесовские сети», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Теория байесовских сетей», «Вероятностные графические модели», «Интеллектуальный анализ данных: инструментарий и жизненный цикл проекта», «Data Science: комплексы программ», «Data Science: основы обработки и анализа данных» и др., а также и в промышленной среде.

Практическая значимость диссертационной работы состоит в формировании комплекса программ, поддерживающих локальный апостериорный вывод (таким образом завершая автоматизацию этого вида логико-вероятностного вывода в алгебраических байесовских сетях), в возможности использовать полученные результаты в преподавании ряда дисциплин студентам, применить алгебраические байесовские сети как промежуточный этап обучения байесовских сетей доверия по неполным, неточным, нечисловым данным, исследовать последствия ослабления (релаксации) предположения независимости событий в ряде моделей, применяющихся в оценке надежности систем, эпидемиологии и анализе защищенности от социоинженерных атак.

Степень достоверности полученных результатов обеспечивается строгими математическими доказательствами и корректным использованием методов соответствующих математических дисциплин. Результаты, полученные соискателем, опираются на результаты, полученные другими исследователями и не имеют с ними противоречий; также результаты вычислительных экспериментов согласуются с ожидаемыми экспертами. Существенным аргументом в пользу достоверности результатов является работоспособность комплекса программ, реализующего приведенные в диссертационном исследовании алгоритмы.

Апробация результатов. Основные результаты работы докладывались на 15 научных мероприятиях: международная конференция по мягким вычислениям и измерениям (SCM'2015, SCM'2016, SCM'2017); международная научная конференция «Интеллектуальные информационные технологии в технике и на производстве» (ИТИ'2016, ИТИ'2017); всероссийская Поспеловская конференция с международным участием «Гибридные и Синергетические Интеллектуальные Системы» (ГИСИС'2016); всероссийская научная конференция по проблемам информатики (СПИСОК'2016, СПИСОК'2017); российская мультikonференция по проблемам управления «Информационные технологии в управлении» (ИТУ'2016); международная конференция «Современные технологии математической подготовки студентов инженерных специальностей» (MetaMath'2017); Finnish-Russian University Cooperation in Telecommunications Conference (FRUCT'20); всероссийская научно-практическая конференция «Нечеткие системы, мягкие вычисления и интеллектуальные технологии» (НСМВИТ'2017); международная летняя школа-семинар «Интеллектуальные системы

и технологии: современное состояние и перспективы» (ISYT'2017); Санкт-Петербургская межрегиональная конференция «Информационная безопасность регионов России» (ИБРР'2017); всероссийская конференция «Нечеткие системы и мягкие вычисления. Промышленные применения» (FTT'2017). Научная работа, представленная на международной конференции ИТТ'2016 была удостоена награды «Best paper award» за лучший научный труд конференции (приложение В Диссертации).

Исследования по теме диссертации были поддержаны тремя грантами РФФИ со следующими номерами: № 12-01-00945, № 15-01-09001-а и № 18-01-00626.

Публикации. По теме диссертации автором опубликовано 37 научных работ, из них 1 монография [1], 9 статей изданы в научных журналах из перечня российских рецензируемых журналов, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученых степеней доктора и кандидата наук [2–10], 9 публикаций в изданиях, входящих в базы цитирования Scopus и Web of Science [11–19].

Сверх указанного материалы диссертации нашли отражение в 17 докладах и тезисах на научных конференциях [20–36], 1 научный отчет, прошедших регистрацию в ЦИТИС, а также по теме диссертации была зарегистрирована в РОСПАТЕНТ 1 программы для ЭВМ [38]. Кроме того еще 2 программы для ЭВМ было подано на регистрацию в Роспатент [37; 39], на момент подачи диссертации в диссертационный совет они не учитывались в общем числе публикаций по теме диссертации.

Личный вклад. А.А. Золотина в публикациях с соавторами характеризуется следующим образом.

В монографии [1] А.А. Золотину принадлежат результаты, связанные с развитием матрично-векторного подхода в уравнениях локального вывода над всеми тремя видами фрагментов знаний и алгоритмами распространения свидетельства между фрагментами знаний ABC.

В статьях, опубликованных в рецензируемых журналах, результаты распределяются следующим образом. В [5] А.А. Золотину принадлежит формулировка и доказательство теоремы о матрично-векторной форме уравнения апостериорного вывода для конъюнктов, а в [4] — доказательство аналогичной теоремы для набора пропозиций-квантов; в [9] — формулировка и доказательство теоремы о формировании вектора-редистрибьютора как произведения Кронекера векторов малой размерности и алгоритм вычисления компоненты вектора с помощью битовых операций; в [2] — описание развития аппарата логико-вероятностного вывода в алгебраических байесовских сетях и родственных моделях; в [10] — анализ применения графов смежности и принципа декомпозиции в смежных областях и сравнение с алгебраическими байесовскими сетями; в [7; 8] — описание семантики глобальных структур алгебраических байесовских сетей, доказательство корректности алгоритма синтеза вторичной структуры; в [6] построена задача линейного программирования для вычисления оценки чувствительности первой задачи апостериорного вывода для фрагмента знаний над набором квантов; в [3] — матрицы перехода от вектора вероятностей идеала дизъюнктов к векторам вероятностей идеала конъюнктов и набора квантов, формулировки задач апостериорного вывода и оценка их чувствительности для фрагмента знаний над идеалом дизъюнктов. Более детально личный вклад соискателя охарактеризован в одноименном разделе во введении к диссертации.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав и заключения. Полный объем диссертации составляет 208 страниц, включая 32 рисунка и 4 таблицы. Список литературы содержит 187 наименований.

Содержание работы

Во введении обоснована актуальность, научная и практическая значимость данного исследования, указан объект, а также формулируются основные

цели и задачи исследования; проводится обзор научной литературы, описывается научная и практическая значимость результатов, приводится информация об их апробации и кратко сообщаются сведения о структуре и объеме диссертации.

Главы первая и вторая носят обзорный и систематизирующий характер и не содержат результатов, полученных соискателем.

В первой главе обоснованы цели и задачи исследования на основе проведенного анализа современного состояния области анализа и представления данных с неопределенностью. В первом параграфе рассматриваются существующие интеллектуальные системы поддержки принятия решений и приводится их краткое описание. Приводится мотивация и краткая история развития байесовского подхода. Особое внимание уделено байесовским сетям доверия, родственным алгебраическим байесовским сетям — в тексте главы даны основные шаги развития данной вероятностной графической модели и рассмотрены примеры их промышленного применения в задачах классификации. В втором разделе первой главы описывается подход к декомпозиции данных, применяемый в вероятностных графических моделях и мотивация его использования в контексте больших объемов данных с неопределенностью. Наконец, рассматриваются достоинства и недостатки каждой модели, дается обоснование выбора алгебраических байесовских сетей в качестве объекта исследования.

Во второй главе вводятся основы необходимого теоретического аппарата, используемого в последующих главах диссертации. Материалы данной главы в подавляющей части основаны на работах В.И. Городецкого, А.Л. Тулупьева, А.В. Сироткина и А.А. Фильченкова.

Подробно рассматриваются локальная структура фрагмента знаний (ФЗ), множества, лежащие в ее основе и алгоритмы локального логико-вероятностного вывода, а именно проверка непротиворечивости, апостериорный и априорный вывод. Решение задачи априорного вывода приведено для идеала конъюнктов и пропозиций квантов. Раздел, посвященный апостериорному выводу начинается с введения определения видов свидетельств и постановки двух задач апостериорного вывода — определения вероятности поступления свидетельства и вычисления апостериорных оценок вероятностей элементов ФЗ. В рамках данного раздела рассматриваются бинарные и скалярные вероятности элементов свидетельства и фрагмента знаний. Решение задач апостериорного вывода при поступлении свидетельства $\langle c_i, c_j \rangle$ приводится для обоих типов ФЗ и описывается, например, в случае набора пропозиций-квантов следующими уравнениями:

$$p(\langle c_i, c_j \rangle) = (1, \mathbf{N}^{(i,j)} \mathbf{P}_q), \mathbf{P}_q = \frac{\mathbf{N}^{(i,j)} \mathbf{P}_q}{(1, \mathbf{N}^{(i,j)} \mathbf{P}_q)},$$

$$\text{где } \mathbf{N}^{(i,j)} = \tilde{\mathbf{N}}_{n-1}^{(i,j)} \otimes \tilde{\mathbf{N}}_{n-2}^{(i,j)} \otimes \dots \otimes \tilde{\mathbf{N}}_0^{(i,j)}, \tilde{\mathbf{N}}_k^{(i,j)} = \begin{cases} \mathbf{N}^+, & \text{если } x_k \text{ входит в } c_i, \\ \mathbf{N}^-, & \text{если } x_k \text{ входит в } c_j, \\ \mathbf{N}^o, & \text{иначе,} \end{cases}$$

$\mathbf{N}^+ = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{N}^- = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\mathbf{N}^o = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, а \otimes обозначает произведение Кронекера.

Последний раздел второй главы посвящен глобальным структурами ABC, а именно первичной, вторичной, третичной и четвертичной структурам. Особое внимание уделяется синтезу вторичной структуры (минимального графа смежности) как наиболее широко используемой в алгоритмах ЛВВ, а также находящей применение в иных ВГМ родственных ABC. Рассмотрены прямой и жадный алгоритмы генерации МГС, выделены их сильные и слабые стороны, а также предложены пути к улучшению описанных алгоритмов. Глава завершается описанием и постановкой задачи глобального апостериорного вывода.

Приведенные алгоритмы и уравнения создают задел для исследований, результаты которых приведены в третьей главе настоящей работы.

Третья глава содержит формулировку и доказательства теоретических результатов, полученных соискателем.

Первый параграф главы посвящен альтернативной модели ФЗ — идеалу дизъюнктов $\langle \mathcal{D}, P_d \rangle$. Для вектора вероятностей идеала дизъюнктов P_d получены матрицы перехода к векторам вероятностей идеала конъюнктов P_c и набора пропозиций-квантов P_q . Предложенные матрицы строятся как произведение Кронекера элементарных матриц размерности 2×2 :

Утверждение 1. Вектора вероятностей элементов идеала конъюнктов и набора пропозиций-квантов можно выразить через вектора вероятностей идеала дизъюнктов следующим образом:

$$P_q = L_n P'_d, L_n = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}^{[n]}, P_c = K_n P_d, K_n = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}^{[n]},$$

где символ $[n]$ обозначает произведение Кронекера n указанных матриц.

Полученные результаты используются в последующих параграфах данной главы в рамках решения задач логико-вероятностного вывода.

Во втором параграфе проводятся исследования задач апостериорного вывода для бинарных и скалярных оценок вероятностей в ФЗ и поступающем свидетельстве. Изложение структурировано по видам структур, лежащих в основе фрагментов знаний и типам оценок вероятностей. Для каждого из перечисленных видов ФЗ и свидетельств сформулированы и доказаны матрично-векторные уравнения для решения первой и второй задач апостериорного вывода. Ниже представлены описанные уравнения для случая фрагмента знаний над набором пропозиций-квантов $\langle \mathcal{Q}, P_q \rangle$.

Теорема 1. Решение первой и второй задач апостериорного вывода в случае поступления детерминированного свидетельства в ФЗ над набором пропозиций-квантов будет выражено следующими уравнениями:

$$p((c_i; c_j)) = (s^{(i;j)}, P_q) \text{ и } P_q^{(i;j)} = \frac{s^{(i;j)} \circ P_q}{(s^{(i;j)}, P_q)},$$

$$\text{где } s^{(i;j)} = \tilde{s}_{n-1}^{(i;j)} \otimes \tilde{s}_{n-2}^{(i;j)} \otimes \dots \otimes \tilde{s}_0^{(i;j)}, \quad \tilde{s}_k^{(i;j)} = \begin{cases} s^+, & \text{если } x_k \text{ входит в } c_i, \\ s^-, & \text{если } x_k \text{ входит в } c_j, \\ s^0, & \text{иначе,} \end{cases}$$

$s^+ = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $s^- = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $s^0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, а символ \circ обозначает произведение Адамара.

Аналогичные результаты получены для фрагментов знаний над идеалами конъюнктов и дизъюнктов для стохастического и детерминированного свидетельства.

Как было показано ранее, отдельной важной задачей, на решение которой направлена теория АВС, является обработка данных с неопределенностью. В шестом параграфе диссертации соискатель предлагает подход к решению задач апостериорного вывода в случае неточного свидетельства и интервальных оценок вероятностей элементов фрагмента знаний. Описанный подход основан на уравнениях вывода, сформулированных в предыдущем параграфе. Для каждого из рассматриваемых случаев, сформулированы ограничения и построены задачи линейного программирования, решение которых дает апостериорные интервальные оценки вероятности элементов фрагмента знаний.

Подобные ЗЛП сформулированы для всех комбинаций фрагмент знаний-свидетельство при наличии в одном из них интервальных оценок вероятностей.

Утверждение 2. Апостериорные оценки вероятностей элементов набора пропозиций-квантов в случае поступления неточного свидетельства находятся в результате решения ЗЛП, предложенных ниже.

$$P_q^{(i;j),\min} = \min_{P_q^{ev,-} \leq P_q^{ev} \leq P_q^{ev,+}} \left(\sum_{i=0}^{2^{n'}-1} \min_{R_q'} \left(s^{(GInd(i,m), GInd(2^{n'}-1-i,m))} \circ D \right) P_q^{ev}[i] \right),$$

$$P_q^{(i;j),\max} = \max_{P_q^{ev,-} \leq P_q^{ev} \leq P_q^{ev,+}} \left(\sum_{i=0}^{2^{n'}-1} \max_{R_q'} \left(s^{(GInd(i,m), GInd(2^{n'}-1-i,m))} \circ D \right) P_q^{ev}[i] \right).$$

Для каждого из векторов, используемых в нормирующих множителях, предложено разложение на вектора малой размерности. Кроме того, описан алгоритм вычисления компонент векторов $s^{(i;j)}$, $r^{(i;j)}$, $d^{(i;j)}$, используемых в нормирующих множителях, на основании битовых операций с элементами свидетельства.

$$s^{(i;j)}[m] = \begin{cases} 1, & \text{если } (m \& i = i) \text{ и } (\bar{m} \& j = j), \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

В данном выражении точка над символом $\&$ означает побитовое логическое «И». Параграф завершается сводной таблицей с примерами вычислений векторов $s^{(i;j)}$, $r^{(i;j)}$, $d^{(i;j)}$ для различных комбинаций оценок вероятностей и типов фрагментов знаний.

Следующий, шестой, параграф посвящен оценкам чувствительности первой задачи апостериорного вывода $d(p, \hat{p})$ к вариации оценок вероятности элементов ФЗ δ . Характеризуя степень колебания результата в зависимости от изменения входных данных, чувствительность имеет практическое предназначение и позволяють определить степень претенциозности к точности входных данных, что сказывается на количестве входных данных необходимых на вход соответствующему алгоритму для получения результата заданной точности. Результаты исследований чувствительности сформулированы в виде теорем, постулирующих накрывающую и точную оценки чувствительности для каждого из трех видов ФЗ.

Утверждение 3. Точная оценка чувствительности первой задачи апостериорного вывода при поступлении детерминированного свидетельства в фрагмент знаний с скалярными оценками истинности к допустимой вариации оценок истинности элементов фрагмента знаний находится как решение следующей задачи линейного программирования

$$\begin{aligned} \varepsilon = \min_{\hat{P}_c I_n \geq 0, P_c I_n \geq 0, v(P_c, \hat{P}_c) \leq \delta} \{p - \hat{p}, \hat{p} - p\} \quad \text{и} \quad \varepsilon(P_c^0) = \max_{\hat{P}_c I_n \geq 0, P_c^0 I_n \geq 0, v(P_c^0, \hat{P}_c) \leq \delta} \{p - \hat{p}, \hat{p} - p\}. \\ \hat{p}(c_i, c_j) = (r^{(i;j)}, P_c), \quad p(c_i, c_j) = (r^{(i;j)}, P_c^0), \\ \hat{p}(c_i, c_j) = (r^{(i;j)}, \hat{P}_c), \quad \hat{p}(c_i, c_j) = (r^{(i;j)}, \hat{P}_c) \end{aligned}$$

Зачастую необходим простой подход, не требующий большого числа вычислений и позволяющий дать некоторую оценку чувствительности, что в частности позволит в дальнейшем, при постановке экспериментов или опросе экспертов планировать затраты на сбор информации.

Теорема 2. Оценка чувствительности первой задачи апостериорного вывода при поступлении детерминированного свидетельства в фрагмент знаний с скалярными оценками истинности к допустимой вариации оценок истинности элементов фрагмента знаний меньше либо равна произведению допустимой вариации оценок истинности на сумму элементов вектора-редистрибьютора для поступившего свидетельства: $d(p, \tilde{p}) \leq \delta (1, r^{(i;j)})$.

Помимо оценок чувствительности, в исследовании даются оценки сложности решения первой и второй задач апостериорного вывода для различных типов свидетельств и видов оценок вероятностей в ФЗ. Наиболее объемлющим случаем является решение первой задачи в случае пропагации неточного свидетельства в ФЗ с интервальными оценками вероятностей. В этом случае для нахождения оценок свидетельства потребуются решить $2^{(k+1)}$ ЗЛП, включающих в себя $2(3(2^n) + 1)$ ограничений, вытекающих из аксиоматики теории вероятностей и предметной области, где k — количество атомов, входящих в алфавит свидетельства, а n — мощность алфавита, над которым построен ФЗ.

Последние два параграфа главы посвящены вторичной структуре АВС, а именно глобальному ЛВВ и алгоритмам синтеза структуры. Полученные матричные уравнения апостериорного вывода позволили построить в седьмом параграфе данной главы уравнение, описывающее способ пропагации виртуального свидетельства между двумя фрагментами знаний в АВС. Ключевым объектом в описываемом алгоритме является матрица Q , являющаяся проекцией вектора вероятностей первого ФЗ на вектор вероятностей ФЗ-сепаратора.

Теорема 3. Вектор вероятностей элементов виртуального свидетельства $\langle C_{sep}, P_c^{sep} \rangle$ над алфавитом A_{sep} , пропагируемого из фрагмента знаний $\langle C_1, P_c^1 \rangle$ над алфавитом A_1 в фрагмент знаний $\langle C_2, P_c^2 \rangle$ над алфавитом A_2 можно вычислить следующим образом: $P_c^{sep} = Q P_c^1$, где $Q = \otimes_{k=0}^{n-1} \tilde{Q}_k$ при том что n - мощность алфавита A_1 , а $\tilde{Q}_k = \begin{cases} Q^+, & \text{если } x_k \text{ входит в } A_{sep}, \\ Q^-, & \text{иначе,} \end{cases} Q^+ = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, Q^- = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

В заключительном параграфе главы описывается инкрементальный алгоритм генерации минимального графа смежности (МГС) при добавлении вершины в первичную структуру. Особенностью применения инкрементального алгоритма к построению вторичной структуры АВС является то, что в каждый из n моментов времени мы переходим из предыдущего состояния с уже имеющейся построенной вторичной структурой в новое, главным отличием которого является новая вершина (фрагмент знаний), которую необходимо добавить в граф вторичной структуры. В то время как традиционные алгоритмы предоставляют единственное решение для конкретной постановки задачи, инкрементальный алгоритм позволяет адаптировать уже имеющуюся структуру и рассчитан на использование в меняющихся условиях с ограничениями на ресурсы и время. Для приведенного в исследовании инкрементального алгоритма синтеза МГС сформулирована и доказана совместно с коллективом исследователей теорема, постулирующая корректность его работы.

Теорема 4. Пусть $G = \langle V, E \rangle$ — минимальный граф смежности, v — добавляемая в него в вершина. Тогда $G' = \langle V', E' \rangle$ — граф смежности, где $V' = V \cup v$, $H = \{h : h \in V, W_h \cap W_v \neq \emptyset, \forall h' \in H : h' \neq h \& h \notin h'\}$, а $E' = E \cup \{u, w\} : w \in H$

В четвертой главе содержится описание прототипа комплекса программ для проведения вычислительных экспериментов, реализующего на языке C# алгоритмы и структуры, описанные в третьей главе. Представлена структура разработанного комплекса программ. Реализация алгоритмов и объектов алгебраических байесовских сетей структурирована по четырем основным пространствам имен: пространство `kr`, содержащее описание структур данных фрагментов знаний, пространство `evidence`, содержащее описание структуры свидетельства и пространства `inferer` и `propagator`, содержащие интерфейсы и классы с реализацией алгоритмов априорного и апостериорного вывода соответственно. Описание функциональности каждого из классов указанных пакетов дополнено примерами использования библиотеки.

Третий и четвертый разделы данной главы посвящены описанию графического пользовательского интерфейса настольного приложения, дающего доступ к функционалу математической библиотеки, и графического интерфейса веб-приложения для коллаборативной работы с структурами и визуализациями алгебраических байесовских сетей.

В заключении приведены итоги диссертационного исследования, которые состоят в следующем:

1. Сформулированы и доказаны теоремы о матрично-векторных уравнениях локального апостериорного вывода для различных видов фрагментов знаний и типов оценок вероятностей истинности элементов; описан алгоритм выражения предложенных векторов через вектора малой размерности;

2. Исследована модель фрагмента знаний, построенная над идеалом дизъюнктов и предложены матрицы перехода от вектора вероятностей элементов идеала дизъюнктов к векторам вероятностей элементов идеала конъюнктов и набора пропозиций-квантов;

3. Разработан алгоритм покомпонентного вычисления векторов, участвующих в расчете нормирующих множителей в алгоритмах апостериорного вывода;

4. Сформулированы, с учетом новой матрично-векторной формализации, ограничения и построены задачи линейного программирования для первой и второй задач апостериорного вывода в случае неочного свидетельства или интервальных оценок вероятностей элементов фрагмента знаний;

5. Предложен способ, описывающий пропагацию виртуального свидетельства между двумя фрагментами знаний алгебраической байесовской сети, основу которого составляет матрица, указанная в пункте 2 итогов исследования;

6. Разработаны методы оценки чувствительности и дана оценка чувствительности первой задачи уравнений локального апостериорного вывода для фрагментов знаний над идеалом конъюнктов, идеалом дизъюнктов и набором пропозиций-квантов;

7. Спроектирован и разработан комплекс программ на языке C#, реализующий локальные структуры и алгоритмы логико-вероятностного вывода, включая априорный вывод, апостериорный вывод, проверку и поддержание непротиворечивости для проведения вычислительных экспериментов; разработан графический пользовательский интерфейс, дающий доступ ко всем функциям комплекса программ, а также веб-интерфейс, дающий возможность коллаборативной работы с рассматриваемыми структурами и их визуализациями.

Сформулированы рекомендации по применению результатов работы в индустрии и научных исследованиях. Полученные теоретические и практические результаты рекомендуется применять в образовательных целях, как этап знакомства с вероятностными графическими моделями. Ожидается, что результаты исследования удастся применить при обучении байесовских сетей доверия

в случае данных с неопределенностью (данные с пропусками, комбинирование с экспертными знаниями); при оценке степени защищенности от социо-инженерных атак и оценке риска, связанных с угрозообразующим поведением, в оценках надежности сложных систем, в эпидемиологических моделях распространения инфекции по сетям; при необходимости рассмотрения релаксации предположений о независимости ряда событий.

В качестве перспектив дальнейшей разработки тематики можно выделить развитие матрично-векторного подхода в логико-вероятностном выводе, а именно глобальном апостериорном выводе и алгоритмах поддержания глобальной непротиворечивости; исследование возможности использования в целях глобального логико-вероятностного вывода глобальных структур отличных от вторичной — третичную и четвертичную структуры, использование которых может ускорить алгоритм распространения свидетельства за счет фокусирования на сепараторах, лежащих на ребрах графа смежности алгебраической байесовской сети; интеграцию разработанного прототипа комплекса программ в объемлющие проекты и их развитие в направлении веб-приложения.

Публикации автора по теме диссертации

В монографиях

1. *Тулупьев, А. Л.* Мягкие вычисления и измерения. Модели и методы: монография. Том 3 / А. Л. Тулупьев, Т. В. Тулупьева, А. В. Суворова, М. В. Абрамов, А. А. Золотин, М. А. Зотов, А. А. Азаров, Е. А. Мальчевская, Д. Г. Левенец, А. В. Торопова, Н. А. Харитонов, А. И. Вирилло, Р. И. Сольнищев, С. В. Микони, С. П. Орлов, А. В. Толстов ; под ред. С. В. Прокопчина. — Москва : Научная библиотека, 2017. — 300 с.

Статьи в журналах из перечня российских рецензируемых научных журналов, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание учёных степеней доктора и кандидата наук

2. *Золотин, А. А.* Развитие логико-вероятностного подхода в алгебраических байесовских сетях / А. А. Золотин // Компьютерные инструменты в образовании. — 2017. — № 3. — С. 5—19.
3. *Золотин, А. А.* Локальный и глобальный логико-вероятностный вывод в алгебраических байесовских сетях: матрично-векторное описание и вопросы чувствительности / А. А. Золотин, Е. А. Мальчевская, Н. А. Харитонов, А. Л. Тулупьев // Нечеткие системы и мягкие вычисления. — 2017. — Т. 12, № 2. — С. 133—150.
4. *Золотин, А. А.* Матрично-векторные алгоритмы локального апостериорного вывода в алгебраических байесовских сетях над пропозициями квантами / А. А. Золотин, А. В. Тулупьев А. Л. Сироткин // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. — 2015. — Т. 15, № 4. — С. 676—684.
5. *Золотин, А. А.* Матрично-векторные алгоритмы нормировки для локального апостериорного вывода в алгебраических байесовских сетях / А. А. Золотин, А. В. Тулупьев А. Л. Сироткин // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. — 2015. — Т. 15, № 1. — С. 78—85.
6. *Золотин, А. А.* Оценка чувствительности уравнений локального апостериорного вывода в алгебраических байесовских сетях над пропозициями-квантами / А. А. Золотин, А. Л. Тулупьев // Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия 1. Математика. Механика. Астрономия. — 2018. — Т. 63, № 1. — С. 55—64.
7. *Зотов, М. А.* Синтез вторичной структуры алгебраических байесовских сетей: инкрементальный алгоритм и статистическая оценка его сложности / М. А. Зотов, Д. Г. Левенец, А. Л. Тулупьев, А. А. Золотин // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. — 2016. — Т. 16, № 1. — С. 122—132.
8. *Романов, А. В.* Синтез четвертичной структуры алгебраических байесовских сетей: инкрементальный и декрементальный алгоритмы / А. В. Романов, А. А. Золотин, А. Л. Тулупьев // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. — 2016. — Т. 16, № 5. — С. 917—927.

9. Тулупьев, А. Л. Матричные уравнения нормирующих множителей в локальном апостериорном выводе оценок истинности в алгебраических байесовских сетях / А. Л. Тулупьев, А. В. Сироткин, А. А. Золотин // Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия 1. Математика. Механика. Астрономия. — 2015. — Т. 2, № 3. — С. 379—386.
10. Фильченков, А. А. Графовые структуры в реляционных базах данных, удовлетворении ограничений и байесовских сетях / А. А. Фильченков, А. А. Золотин, А. Л. Тулупьев // Нечеткие системы и мягкие вычисления. — 2015. — Т. 10, № 2. — С. 155—179.

В изданиях, индексируемых в реферативных базах Scopus и Web Of Science

11. Kharitonov, N. A. Software implementation of algebraic Bayesian networks consistency algorithms / N. A. Kharitonov, A. A. Zolotin, A. L. Tulupuyev // 2017 XX IEEE International Conference on Soft Computing and Measurements (SCM-2017). — St. Petersburg, Russia, 2017. — С. 8—10.
12. Levenets, D. G. Incremental and Incremental Reshaping of Algebraic Bayesian Networks Global Structures / D. G. Levenets, M. A. Zotov, A. V. Romanov, A. L. Tulupuyev, A. A. Zolotin, A. A. Filchenkov // Proceedings of the First International Scientific Conference “Intelligent Information Technologies for Industry” (IITI’16). Т. 451. — Sochi, Russia, 2016. — С. 57—67. — (Advances in Intelligent Systems and Computing).
13. Mal’chevskaya, E. A. Algebraic Bayesian Networks: Local Probabilistic-Logic Inference Machine Architecture and Set of Minimal Joint Graphs / E. A. Mal’chevskaya, A. I. Berezin, A. A. Zolotin, A. L. Tulupuyev // Proceedings of the First International Scientific Conference “Intelligent Information Technologies for Industry” (IITI’16). Т. 451. — Sochi, Russia, 2016. — С. 69—79. — (Advances in Intelligent Systems and Computing).
14. Romanov, A. V. Incremental synthesis of the tertiary structure of algebraic Bayesian networks / A. V. Romanov, D. G. Levenets, A. A. Zolotin, A. L. Tulupuyev // Proceedings of the 19th International Conference on Soft Computing and Measurements (SCM-2016). — St. Petersburg, Russia, 2016. — С. 28—30.
15. Tulupuyev, A. L. Matrix equations for normalizing factors in local a posteriori inference of truth estimates in algebraic Bayesian networks / A. L. Tulupuyev, A. V. Sirotkin, A. A. Zolotin // Vestnik St. Petersburg University: Mathematics. — 2015. — Vol. 45, no. 3. — P. 168—174.
16. Zolotin, A. A. Matrix-vector algorithms of local posteriori inference in algebraic Bayesian networks on ideal of disjuncts / A. A. Zolotin, E. A. Malchevskaya // Proceedings of the 19th International Conference on Soft Computing and Measurements (SCM-2016). — St. Petersburg, Russia, 2016. — С. 31—34.
17. Zolotin, A. A. An Approach to Sensitivity Analysis of Inference Equations in Algebraic Bayesian Networks / A. A. Zolotin, E. A. Malchevskaya, A. L. Tulupuyev, A. V. Sirotkin // Proceedings of the Second International Scientific Conference “Intelligent Information Technologies for Industry” (IITI’17). Т. 679. — Varna, Bulgaria, 2017. — С. 34—42. — (Advances in Intelligent Systems and Computing).
18. Zolotin, A. A. Matrix-Vector Algorithms of Global Posteriori Inference in Algebraic Bayesian Networks / A. A. Zolotin, A. L. Tulupuyev // 2017 XX IEEE International Conference on Soft Computing and Measurements (SCM-2017). — St. Petersburg, Russia, 2017. — С. 22—25.
19. Zolotin, A. A. Sensitivity statistical estimates of local posterior inference matrix-vector equations in algebraic Bayesian networks on quanta propositions / A. A. Zolotin, A. L. Tulupuyev // Vestnik St. Petersburg University: Mathematics. — 2018. — Vol. 51, no. 1. — P. 42—48.

В сборниках трудов конференций

20. Malchevskaya, E. A. Algebraic Bayesian Networks: Probabilistic-Logic Inference Algorithms and Storage Structures / E. A. Malchevskaya, N. A. Kharitonov, A. A. Zolotin, A. I. Birillo // Proceedings of the Finnish-Russian University Cooperation in Telecommunications Conference (FRUCT’20). — St. Petersburg, Russia, 2017. — С. 628—633.
21. Золотин, А. А. История развития алгебраических байесовских сетей и последние результаты в области логико-вероятностного вывода / А. А. Золотин // Материалы 6-й

- всероссийской научной конференции по проблемам информатики СПИСОК-2016. — Санкт-Петербург, Россия, 2016. — С. 491—501.
22. *Золотин, А. А.* Синтез третиной структуры алгебраической байесовской сети на базе ориентированного графа вторичной структуры / *А. А. Золотин // Материалы X Санкт-Петербургской межрегиональной конференции "Информационная безопасность регионов России" (ИБРР-2017).* — Санкт-Петербург, Россия, 2017. — С. 416—418.
 23. *Золотин, А. А.* Матрично-векторные алгоритмы локального апостериорного вывода в алгебраических байесовских сетях над идеалами дизъюнктов / *А. А. Золотин, Е. А. Мальчевская // XIX Международная конференция по мягким вычислениям и измерениям (SCM-2016).* Сборник докладов в 2-х томах. Т. 1. — Санкт-Петербург, Россия, 2016. — С. 79—82.
 24. *Золотин, А. А.* Управление согласованностью оценок вероятностей в локальном апостериорном выводе в алгебраических байесовских сетях / *А. А. Золотин, Е. А. Мальчевская, А. И. Вирилло, А. Л. Тулупьев // Материалы 9-й конференции "Информационные технологии в управлении" (ИТУ-2016).* — Санкт-Петербург, Россия, 2016. — С. 52—61.
 25. *Золотин, А. А.* Локальный апостериорный вывод в алгебраических байесовских сетях: матрично-векторная интерпретация / *А. А. Золотин, А. Л. Тулупьев // XVII Международная конференция по мягким вычислениям и измерениям (SCM-2015).* Сборник докладов в 2-х томах. Т. 1. — Санкт-Петербург, Россия, 2015. — С. 34—37.
 26. *Золотин, А. А.* Матрично-векторные алгоритмы глобального апостериорного вывода в алгебраических байесовских сетях / *А. А. Золотин, А. Л. Тулупьев // XX Международная конференция по мягким вычислениям и измерениям (SCM-2017).* Сборник докладов в 2-х томах. Т. 1. — Санкт-Петербург, Россия, 2017. — С. 45—48.
 27. *Золотин, А. А.* Пропагация виртуального стохастического свидетельства в алгебраических байесовских сетях: алгоритмы и уравнения / *А. А. Золотин, А. В. Шляк, А. Л. Тулупьев // Труды VII Всероссийской Научно-практической Конференции Нечеткие Системы, Мягкие Вычисления и Интеллектуальные Технологии (НСМВИТ-2017).* Т. 2. — Санкт-Петербург, Россия, 2017. — С. 96—107.
 28. *Зотов, М. А.* Визуализация алгебраических байесовских сетей с помощью javascript библиотеки D3.JS / *М. А. Зотов, А. В. Иванова, А. А. Золотин // Сборник научных трудов конференции "Интеллектуальные Системы и Технологии: Современное Состояние и Перспективы-2017" (ISYT-2017).* — Санкт-Петербург, Россия, 2017. — С. 86—95.
 29. *Мальчевская, Е. А.* Развитие матрично-векторного подхода в алгоритмах локального апостериорного вывода в алгебраических байесовских сетях / *Е. А. Мальчевская, А. И. Вирилло, Н. А. Харитонов, А. А. Золотин // Труды VII Всероссийской Научно-практической Конференции Нечеткие Системы, Мягкие Вычисления и Интеллектуальные Технологии (НСМВИТ-2017).* Т. 1. — Санкт-Петербург, Россия, 2017. — С. 92—100.
 30. *Мальчевская, Е. А.* Логико-вероятностный вывод в АВС: архитектура и примеры использования программного комплекса на языке C# / *Е. А. Мальчевская, А. А. Золотин // Гибридные и Синергетические Интеллектуальные Системы. Материалы III Всероссийской Поспеловской конференции с международным участием.* / под ред. А. В. Колесников. — Светлогорск, Россия, 2016. — С. 181—187.
 31. *Мальчевская, Е. А.* Уравнения апостериорного вывода в фрагментах знаний над идеалом дизъюнктов / *Е. А. Мальчевская, А. А. Золотин // Материалы Всероссийской научной конференции по проблемам информатики (СПИСОК-2017).* — Санкт-Петербург, Россия : СПбГУ, 2017. — С. 395—403.
 32. *Мальчевская, Е. А.* Алгоритмы апостериорного вывода в алгебраических байесовских сетях: рафинирование матрично-векторного представления / *Е. А. Мальчевская, А. А. Золотин, А. Л. Тулупьев // Материалы первой всероссийской конференции "Нечеткие системы и мягкие вычисления. Промышленные применения" (FTI-2017).* — Ульяновск, Россия, 2017. — С. 376—388.
 33. *Романов, А. В.* Инкрементальный синтез третиной структуры алгебраических байесовских сетей / *А. В. Романов, Д. Г. Левенец, А. А. Золотин, А. Л. Тулупьев // XIX Международная конференция по мягким вычислениям и измерениям (SCM-2016).* Сборник докладов в 2-х томах. Т. 1. — Санкт-Петербург, Россия, 2016. — С. 27—29.
 34. *Харитонов, Н. А.* Глобальная непротиворечивость в алгебраических байесовских сетях: матрично-векторное представление условий непротиворечивости / *Н. А. Харитонов, А. А. Золотин, А. Л. Тулупьев // Материалы первой всероссийской конференции "Нечеткие системы и мягкие вычисления. Промышленные применения" (FTI-2017).* — Ульяновск, Россия, 2017. — С. 178—186.
 35. *Харитонов, Н. А.* Программная реализация алгоритмов поддержания непротиворечивости в алгебраических байесовских сетях / *Н. А. Харитонов, А. А. Золотин, А. Л. Тулупьев // XX Международная конференция по мягким вычислениям и измерениям (SCM-2017).* Сборник докладов в 2-х томах. Т. 1. — Санкт-Петербург, Россия, 2017. — С. 19—22.
 36. *Шляк, А. В.* Пропагация виртуального свидетельства в алгебраических байесовских сетях: алгоритмы и их особенности / *А. В. Шляк, А. А. Золотин, А. Л. Тулупьев // Материалы Всероссийской научной конференции по проблемам информатики (СПИСОК-2017).* — Санкт-Петербург, Россия : СПбГУ, 2017. — С. 450—457.

Свидетельства о регистрации программ для ЭВМ

37. *Золотин, А. А.* Система визуализации интерфейсов и структур данных алгебраических байесовских сетей Algebraic Bayesian Network Web Implementation of Interfaces and Data Structure Visualization, Version 01 for Javascript (AlgBN W1 I&DSV js.v.01). Заявка зарегистрирована в Роспатент за No 2017663764 от 25.12.2017 / А. А. Золотин, А. Л. Тулупьев.
38. *Золотин, А. А.* Система локального логико-вероятностного вывода в алгебраических байесовских сетях Algebraic Bayesian Network Probabilistic-Logic Local Inferer, Version 01 for CSharp (AlgBN PLL Inferer cs.v.01). Свид. о госуд. регистрации программы для ЭВМ No 2015615478(19.05.2015).Роспатент / А. А. Золотин, А. Л. Тулупьев.
39. *Шляк, А. В.* Algebraic Bayesian Network Virtual Evidence Propagators, Version 01 for CSharp (AlgBN VE Propagators cs.v.01). Заявка зарегистрирована в Роспатент за No 2017664086 от 25.12.2017 / А. В. Шляк, А. А. Золотин, А. Л. Тулупьев.

Список литературы

40. *Зотов, М.* Синтез вторичной структуры алгебраических байесовских сетей: методика статистической оценки сложности и компаративный анализ прямого и жадного алгоритмов / М. Зотов, А. Л. Тулупьев // Компьютерные инструменты в образовании. — 2015. — № 1. — С. 3—18.
41. *Левенец, Д. Г.* Инкрементальный алгоритм синтеза минимального графа смежности / Д. Г. Левенец, М. А. Зотов, А. Л. Тулупьев // Компьютерные инструменты в образовании. — 2015. — № 6. — С. 3—18.
42. *Опарин, В. В.* Синтез графа смежности с минимальным числом ребер: формализация алгоритма и анализ его корректности / В. В. Опарин, А. Л. Тулупьев // Труды СПИИРАН. — 2009. — № 11. — С. 142—157.
43. *Сироткин, А. В.* Алгебраические байесовские сети: вычислительная сложность алгоритмов логико-вероятностного вывода в условиях неопределённости: дис. ... канд. физ.-мат. наук / А. В. Сироткин. — СПб., 2011. — 218 с.
44. *Сироткин, А. В.* Комплекс программ логико-вероятностного вывода в базах фрагментов знаний: реализация фрагмента знаний / А. В. Сироткин // Труды СПИИРАН. — 2013. — Т. 25. — С. 204—220.
45. *Сироткин, А. В.* Матрично-векторные операции с неточными вероятностями / А. В. Сироткин, А. Л. Тулупьев // Научная сессия МИФИ-2009. Аннотации докладов. В 3 т. Т. 3: Информационно-телекоммуникационные системы. Проблемы информационной безопасности в системе высшей школы. Экономика, инновации и управление. — Москва, Россия, 2009. — С. 85.
46. *Тулупьев, А. Л.* Алгебраические байесовские сети: локальный логико-вероятностный вывод в деревьях смежности: Учеб. пособие. Элементы мягких вычислений / А. Л. Тулупьев. — СПб.: ООО Издательство «Анатолия», 2007. — 40 с.
47. *Тулупьев, А. Л.* Поддержание непротиворечивости фрагментов знаний с оценками доверия и правдоподобия / А. Л. Тулупьев // Информационные технологии и интеллектуальные методы.—СПб.: СПИИРАН. — 1999. — С. 72—97.
48. *Тулупьев, А. Л.* Априорный и апостериорный вывод на элементе структурированной сети фрагментов знаний, геометрическое представление фрагментов знаний / А. Л. Тулупьев, Д. А. Никитин, М. Н. Ромашова, Д. П. Лакомов, А. В. Тишков // VII Санкт-Петербургская международная конференция «Региональная информатика-2001 (РИ-2001)»: Труды конференции (Санкт-Петербург, 5-8 декабря 2001 г.), СПб. — 2001. — С. 112—116.
49. *Тулупьев, А. Л.* Матричные уравнения локального логико-вероятностного вывода оценки истинности элементов в алгебраических байесовских сетях / А. Л. Тулупьев, А. В. Сироткин // Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия 1. Математика. Механика. Астрономия. — 2012. — № 3.
50. *Тулупьев, А. Л.* Представление локальной и глобальной структуры алгебраической байесовской сети в Java-приложениях / А. Л. Тулупьев, Д. М. Столяров, М. В. Ментюков // Труды СПИИРАН. — 2007. — № 5. — С. 71—99.
51. *Фильченков, А. А.* Синтез графов смежности в машинном обучении глобальных структур алгебраических байесовских сетей: дис. ... канд. физ.-мат. наук / А. А. Фильченков. — Самара, 2013. — 339 с.

Золотин Андрей Алексеевич

МАТРИЧНО-ВЕКТОРНЫЕ УРАВНЕНИЯ ЛОКАЛЬНОГО АПОСТЕРИОРНОГО ВЫВОДА
В АЛГЕБРАИЧЕСКИХ БАЙЕСОВСКИХ СЕТЯХ

Автореф. дис. на соискание ученой степени канд. физ.-мат. наук

Подписано в печать _____. _____. _____. Заказ № _____

Формат 60×90/16. Усл. печ. л. 1. Тираж 100 экз.

Типография _____