

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

На правах рукописи

КИСЕЛЕВА Мария Алексеевна

УСТОЙЧИВОСТЬ И КОЛЕБАНИЯ БУРОВЫХ  
УСТАНОВОК

01.02.01 – Теоретическая механика

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Санкт-Петербург  
2012

Работа выполнена на кафедре прикладной кибернетики математико-механического факультета Санкт-Петербургского государственного университета.

Научный руководитель: член-корреспондент РАН,  
доктор физико-математических наук,  
профессор ЛЕОНОВ Геннадий Алексеевич

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор  
БЕЛЯЕВ Александр Константинович  
(Институт проблем машиноведения Российской академии наук (ИПМаш РАН), заместитель  
директора по научной работе)

доктор физико-математических наук, профессор  
ЮШКОВ Михаил Петрович  
(Санкт-Петербургский государственный  
университет, профессор)

Ведущая организация: Институт прикладной физики Российской  
академии наук (г. Нижний Новгород)

Защита состоится 1 ноября 2012 г. в 14.00 часов на заседании совета Д 212.232.30 по защите докторских и кандидатских диссертаций при Санкт-Петербургском государственном университете по адресу: 198504, Санкт-Петербург, Петродворец, Университетский пр., 28, математико-механический факультет, ауд. 405.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке им. М. Горького Санкт-Петербургского государственного университета по адресу: 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7/9.

Автореферат разослан “ \_\_\_\_ ” \_\_\_\_\_ 2012 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета

Кустова Е.В.

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

В диссертации рассмотрены электромеханические модели буровых установок использующих асинхронный двигатель в качестве привода. В случае, когда бур является абсолютно твердым, с помощью аналитических и численных методов решена задача о предельной нагрузке. Для двухмассовой электромеханической модели буровой установки с буром, испытывающим крутильные колебания, проведено компьютерное моделирование.

**Актуальность темы.** Выход из строя бурового оборудования является частой проблемой в нефтегазодобывающей промышленности. Поэтому задача исследования переходных процессов возникающих в буровых установках при бурении является актуальной.

Основное внимание в настоящей работе уделено изучению динамики буровых установок с асинхронным электродвигателем.

Разработанный критерий устойчивости для простейшей модели буровой установки позволяет получить допустимую нагрузку на бур при смене среды бурения. В случае двухмассовой модели буровой установки найдены скрытые колебания, т.е. колебания, которые не устанавливаются после переходного процесса из окрестностей стационарных состояний. Таким образом, поломки бурового оборудования могут быть обусловлены наличием данных колебаний.

**Цель работы.** Целью работы является разработка математических моделей буровых установок, использующих асинхронный двигатель в качестве привода, и изучение влияния различных нагрузок на данные модели с использованием аналитических и численных методов исследования динамических систем, современных вычислительных средств и специализированных математических пакетов.

**Методы исследования.** Методы исследования включают в себя аналитические (метод функций Ляпунова, методы исследования дифференциальных уравнений с разрывной правой частью) и численные методы исследования устойчивости динамических систем.

## **Результаты, выносимые на защиту.**

- Разработана математическая модель буровой установки с абсолютно твердым буром, приводимой в движение асинхронным двигателем. Решена задача о предельной нагрузке.
- Введена адекватная характеристика нагрузки в виде несимметричного сухого трения и показано, что при определенных условиях предельно допустимая резкопеременная нагрузка определяется значением максимальной постоянной нагрузки, при которой система имеет стационарный режим.
- Описана двухмассовая математическая модель буровой установки, приводимой в движение асинхронным двигателем. Проведены исследования данной модели в пакете Matlab и найдены скрытые колебания.

**Достоверность результатов.** Все полученные аналитические результаты математически строго доказаны.

**Научная новизна.** Все основные результаты, представленные в диссертации, являются новыми.

**Теоретическая и практическая ценность.** Разработанные в диссертации модели позволяют производить более эффективный анализ работы буровых установок.

**Апробация работы.** Результаты данной работы докладывались на международных конференциях “4th IEEE International Conference on Non-linear Science and Complexity” (Будапешт, Венгрия – 2012), “Устойчивость и колебания нелинейных систем управления”, конференция Пятницкого (Москва, Россия – 2012), “Шестые поляховские чтения” (Санкт-Петербург, Россия – 2012), “МКПУ-2011” (Дивноморское, Россия – 2011), конференция памяти В.Я. Ривкинда (Финляндия, Ювяскюля – 2010) и на семинарах кафедры прикладной кибернетики (2009 – 2012).

**Публикация результатов.** Основные результаты диссертации опубликованы в 6 печатных работах, в том числе в 2 журнальных статьях.

Статьи [1,2] опубликованы в изданиях, рекомендованных ВАК РФ.

В работах [1,3-4,6] соавторам принадлежит общая постановка задачи. В работе [1] диссертантом получена оценка предельно допустимой резкопеременной нагрузки для модели буровой установки с несимметричным сухим трением и проведено компьютерное моделирование. В работе [3] Киселевой М.А. введена двухмассовая математическая модель буровой установки, приводимой в движение асинхронным двигателем, и проведен локальный анализ полученной системы. В работах [4,6] Киселева М.А. провела анализ систем буровых установок и компьютерное моделирование, в результате которого были обнаружены скрытые колебания.

**Объем и структура диссертации.** Диссертационная работа состоит из введения, двух глав, разбитых на параграфы, трех приложений, списка литературы, включающего 103 наименования, изложена на 103 страницах машинописного текста и содержит 35 рисунков.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** дается история исследования асинхронных двигателей и различных моделей буровых установок и представлен обзор литературы, посвященной изучению буровых установок. Также во введении обосновываются актуальность и научная новизна диссертации, формулируются задачи, решаемые в диссертации.

**Первая глава** посвящена описанию простейшей электромеханической модели буровой установки с асинхронным приводом и решению задачи о предельной нагрузке для данной модели.

В работах Н. Nijmeijer, N. van de Wouw, N. Mihailović и др. была рассмотрена модель буровой установки, состоящая из верхнего диска, приводимого в движение двигателем, упругого стального стержня, нижнего диска и тормозного механизма. Верхний и нижний диски соединены стальным стержнем и оба диска могут вращаться относительно своей оси (см. Рис. 1). Тормозной механизм используется

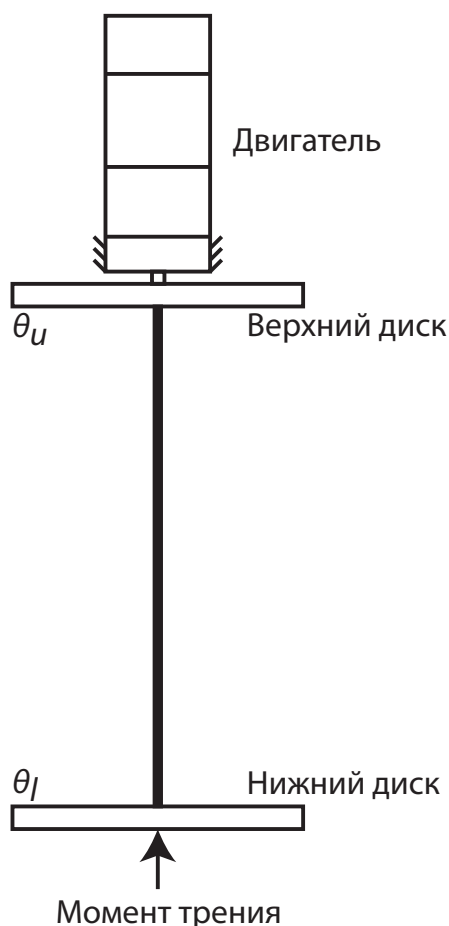


Рис. 1. Модель буровой установки.

для моделирования силы трения, действующей на нижний диск.

Дифференциальные уравнения вращения верхнего и нижнего дисков запишутся следующим образом:

$$\begin{aligned} J_u \ddot{\theta}_u(t) + k_\theta(\theta_u(t) - \theta_l(t)) + b(\dot{\theta}_u(t) - \dot{\theta}_l(t)) + T_{fu}(\dot{\theta}_u) - k_m u &= 0, \\ J_l \ddot{\theta}_l(t) - k_\theta(\theta_u(t) - \theta_l(t)) - b(\dot{\theta}_u(t) - \dot{\theta}_l(t)) + T_{fl}(\dot{\theta}_l) &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $\theta_u$  и  $\theta_l$  - угловые смещения верхнего и нижнего дисков,  $J_u$  и  $J_l$  - моменты инерции,  $k_\theta$ ,  $b$ ,  $k_m$  - неотрицательные коэффициенты,  $u$  - постоянное напряжение,  $T_{fu}(\dot{\theta}_u)$  и  $T_{fl}(\dot{\theta}_l)$  - моменты трения, действующие на верхний и нижний диски.

Данная двухмассовая модель удобна для проведения анализа поведения модели буровой установки. Однако, недостатком предложенной модели является то, что в ней не учитывается в полной мере динамика двигателя, который приводит в действие верхний диск.

Предположим теперь, что бур является абсолютно твердым телом, жестко связанным с ротором, который вращается под действием магнитного поля, создаваемого статором асинхронного двигателя. Величина взаимодействия бура с породой определяется величиной момента сопротивления, который возникает в процессе бурения. Такая система испытывает резкопеременные нагрузки при вхождении бура в твердую породу, поэтому необходимо исследовать поведение асинхронного двигателя при скачке нагрузки, т.е. при резком изменении момента сопротивления, действующего на бур.

В качестве уравнений электромеханической модели буровой установки возьмем уравнения асинхронного двигателя, дополненные моментом силы сопротивления бурению  $M_f$ :

$$\begin{aligned} Li_1 + Ri_1 &= SB(\sin\theta)\dot{\theta}, \\ Li_2 + Ri_2 &= SB(\cos\theta)\dot{\theta}, \\ I\ddot{\theta} &= -\beta SB(i_1\sin\theta + i_2\cos\theta) + M_f(\omega_{mf} + \dot{\theta}). \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $\theta$  – угол поворота бура относительно создаваемого статором магнитного поля, вращающегося с постоянной угловой скоростью  $\omega_{mf}$ ,  $i_1$ ,  $i_2$  – токи в обмотках ротора,  $R$  – сопротивление обмоток,  $L$  – индуктивность обмоток,  $SB$  – магнитный поток сквозь ротор,  $I$  – момент инерции бура,  $\beta$  – коэффициент пропорциональности,  $\omega = \dot{\theta} + \omega_{mf}$  – угловая скорость вращения бура относительно неподвижной системы координат. Примем, что момент силы сопротивления  $M_f$  – кулоновского типа. Здесь, в отличие от классического закона кулоновского трения с симметричной разрывной характеристикой момент силы сопротивления  $M_f$  имеет несимметричную характеристику, изображенную на рис. 2.:

$$M_f = \begin{cases} -T_0 & \text{при } \omega > 0 \\ MT_0 & \text{при } \omega < 0. \end{cases}$$

$M, T_0 > 0$ , число  $M$  – принимается достаточно большим. Это адекватно тому, что бурение (или сверление) происходит только при  $\omega > 0$ . В реальных системах на переходных режимах такая характеристика “запрещает” переход от положительных к отрицательным  $\omega$ . В этом случае

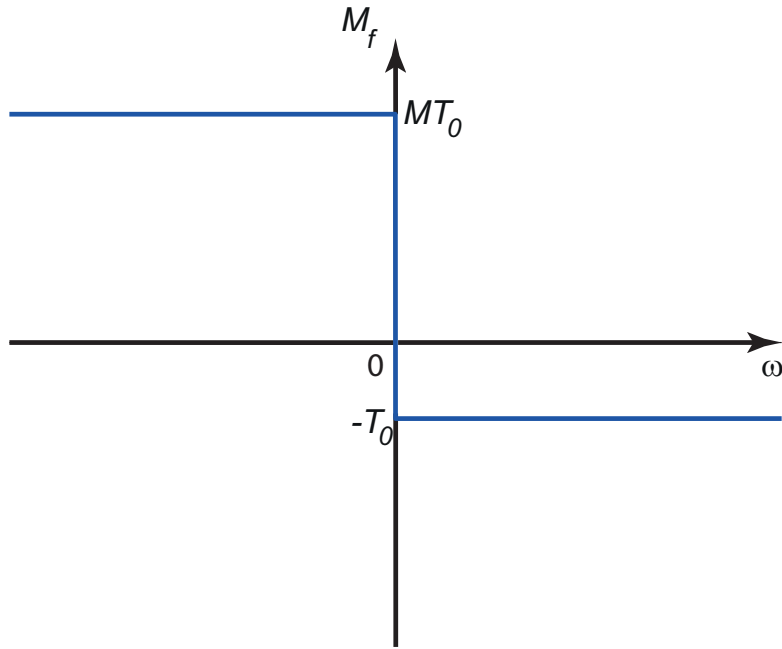


Рис. 2. Момент силы сопротивления  $M_f$ .

система может лишь “застрять” на значениях  $\omega = 0$  на некотором промежутке времени. Эти эффекты часто наблюдаются в процессе бурения.

Заменой переменных

$$\begin{aligned} s &= -\dot{\theta}, \\ x &= \frac{L}{SB}(i_1 \cos \theta - i_2 \sin \theta), \\ y &= \frac{L}{SB}(i_1 \sin \theta + i_2 \cos \theta) \end{aligned}$$

система (2) сводится к следующей системе:

$$\begin{aligned} \dot{s} &= ay + \xi(s, y), \\ \dot{y} &= -cy - s - xs, \\ \dot{x} &= -cx + ys, \end{aligned} \tag{3}$$

где  $a = \frac{\beta(SB)^2}{IL}$ ,  $c = \frac{R}{L}$ . Здесь переменные  $x$ ,  $y$  определяют электрические величины в обмотках ротора, а переменная  $s$  определяет скольжение ротора. Для  $\xi(s, y)$  справедливо следующее доопределение по Филиппову:



$$\xi(s, y) = \begin{cases} \gamma, & \text{если } s = \omega_{mf}, y < -\frac{\gamma}{a} \text{ или } s < \omega_{mf}; \\ -\gamma M, & \text{если } s = \omega_{mf}, y > \frac{M\gamma}{a} \text{ или } s > \omega_{mf}; \\ -ay, & \text{если } s = \omega_{mf}, -\frac{\gamma}{a} \leq y \leq \frac{M\gamma}{a}, \end{cases}$$

$$\text{где } \gamma = \frac{T_0}{I}.$$

Введем параметр  $\gamma_{max} = \frac{ac\omega_{mf}}{c^2 + \omega_{mf}^2}$ . Локальный анализ состояний равновесия системы уравнений (3) показывает, что при  $0 \leq \gamma < \gamma_{max}$  система (3) имеет единственное асимптотически устойчивое состояние равновесия.

Действительно, в случае  $\gamma = 0$  система (3) имеет единственное асимптотически устойчивое состояние равновесия  $s = 0, y = 0, x = 0$ , которое соответствует вращению бура с постоянной угловой скоростью, совпадающей с угловой скоростью вращения магнитного поля (работа на холостом ходу).

При  $\gamma \in (0, \gamma_{max})$  система (3) имеет одно состояние равновесия:

$$s_0 = \frac{c(a - \sqrt{a^2 - 4\gamma^2})}{2\gamma}, \quad y_0 = -\frac{\gamma}{a}, \quad x_0 = -\frac{\gamma s_0}{ac},$$

где  $s_0$  - меньший корень уравнения

$$\frac{acs}{c^2 + s^2} = \gamma.$$

В этом случае бур вращается в том же направлении, что и магнитное поле, но с меньшей угловой скоростью  $s_0 < \omega_{mf}$ .

Пусть в момент времени  $t = \tau$  происходит скачок нагрузки с  $\gamma_0$  до  $\gamma_1$ , где  $0 < \gamma_0 < \gamma_1 < \gamma_{max}$ . Такая ситуация возникает при переходе в более твердую среду бурения. При  $\gamma = \gamma_0$  система имеет единственное устойчивое состояние равновесия  $s_0 = \frac{c(a - \sqrt{a^2 - 4\gamma_0^2})}{2\gamma_0}, y_0 = -\frac{\gamma_0}{a}, x_0 = -\frac{\gamma_0 s_0}{ac}$ . Важно, чтобы в новом переходном режиме решение  $s(t), x(t), y(t)$  системы (3) с  $\gamma = \gamma_1$  и начальными условиями  $s(\tau) = \frac{c(a - \sqrt{a^2 - 4\gamma_0^2})}{2\gamma_0}$ ,

$y(\tau) = -\frac{\gamma_0}{a}$ ,  $x(\tau) = -\frac{\gamma_0 s_0}{ac}$  стремилось при  $t \rightarrow +\infty$  к стационарной точке  
 $s_1 = \frac{c(a - \sqrt{a^2 - 4\gamma_1^2})}{2\gamma_1}$ ,  $y_1 = -\frac{\gamma_1}{a}$ ,  $x_1 = -\frac{\gamma_1 s_1}{ac}$ .

В работе доказаны следующие утверждения:

**Теорема 1.** Пусть выполнены условия

$$\gamma_0 < \gamma_{max}, \quad (4)$$

$$\gamma_1 < \min \{ \gamma_{max}, \quad 2c^2 \}, \quad (5)$$

$$\frac{(\gamma_1 - \gamma_0)^2}{2c^2} s_0^2 + \frac{(\gamma_1 - \gamma_0)^2}{2} \leq \int_{s_0}^{\omega_{mf}} \phi(s) ds + \frac{(1+M)^2}{2} \gamma_1^2. \quad (6)$$

Тогда решение системы (3) с  $\gamma = \gamma_1$  и начальными данными  $s(\tau) = \frac{c(a - \sqrt{a^2 - 4\gamma_0^2})}{2\gamma_0}$ ,  $y(\tau) = -\frac{\gamma_0}{a}$ ,  $x(\tau) = -\frac{\gamma_0 s_0}{ac}$  стремится при  $t \rightarrow +\infty$  к состоянию равновесия этой системы.

**Следствие 1.** Пусть выполнены условия

$$\gamma_0 < \gamma_{max}, \quad (7)$$

$$\gamma_1 < \min \{ \gamma_{max}, \quad 2c^2 \}, \quad (8)$$

$$3(M^2 + 2M)\gamma_1^2 - 8c^2\gamma_1 + 3ac^2 \geq 0. \quad (9)$$

Тогда решение системы (3) с  $\omega_{mf} = c$ ,  $\gamma = \gamma_1$  и начальными данными  $s(\tau) = \frac{c(a - \sqrt{a^2 - 4\gamma_0^2})}{2\gamma_0}$ ,  $y(\tau) = -\frac{\gamma_0}{a}$ ,  $x(\tau) = -\frac{\gamma_0 s_0}{ac}$  стремится при  $t \rightarrow +\infty$  к состоянию равновесия этой системы.

**Следствие 2.** Пусть  $M$  – достаточно большое положительное число,  $\omega_{mf} = c$ ,  $\gamma_0 = 0$  и

$$\gamma_1 < \min \left\{ \frac{a}{2}, \quad 2c^2 \right\}. \quad (10)$$

Тогда решение системы (3) с  $\gamma = \gamma_1$  и начальными данными  $s(\tau) = 0$ ,  $y(\tau) = 0$ ,  $x(\tau) = 0$  стремится при  $t \rightarrow +\infty$  к состоянию равновесия этой системы.

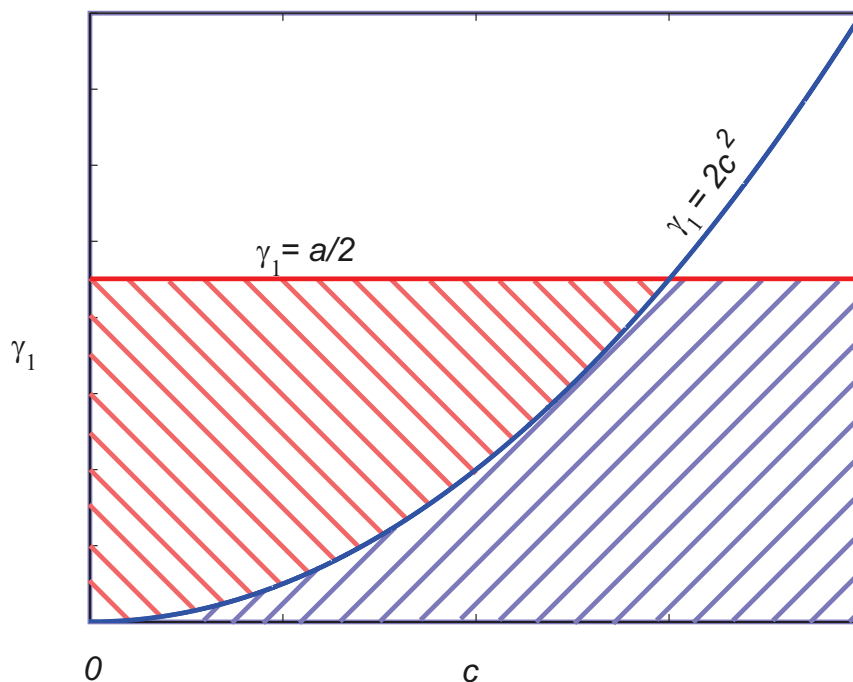


Рис. 3. 1 — область допустимой нагрузки в силу условий теоремы, 2 — область допустимой нагрузки, полученная моделированием системы.

В случае  $2c^2 < \frac{a}{2}$  для значений  $\gamma_1 \in \left(2c^2, \frac{a}{2}\right)$  (т.е. условие (10) не выполняется) было проведено компьютерное моделирование системы (3) (область 2 на рис. 3), которое показало, что сохраняется утверждение следствия.

**Во второй главе** рассматривается электромеханическая модель буровой установки с асинхронным приводом, учитывающая деформацию бура при кручении.

Дополним рассмотренную ранее двухмассовую модель буровой установки уравнениями асинхронного двигателя:

$$\begin{aligned}
 Li_1 + Ri_1 &= SB(\sin\theta_u)\dot{\theta}_u, \\
 Li_2 + Ri_2 &= SB(\cos\theta_u)\dot{\theta}_u, \\
 J_u\ddot{\theta}_u + k_\theta(\theta_u - \theta_l) + b(\dot{\theta}_u - \dot{\theta}_l) + \beta SB(i_1\sin\theta_u + i_2(t)\cos\theta_u) &= 0, \\
 J_l\ddot{\theta}_l - k_\theta(\theta_u - \theta_l) - b(\dot{\theta}_u - \dot{\theta}_l) + T_{fl}(\omega_{mf} + \dot{\theta}_l) &= 0.
 \end{aligned} \tag{11}$$

Здесь  $\theta_u$ ,  $\theta_l$  угловые смещения ротора и нижнего диска относительно

вращающегося магнитного поля,  $\omega_{mf}$  – скорость вращения магнитного поля,  $T_{fl}(\omega_{mf} + \dot{\theta}_l)$  – момент силы трения.

Сделав замену переменных

$$\begin{aligned} s &= -\dot{\theta}_u, \\ x &= \frac{L}{SB}(i_1 \cos \theta_u - i_2 \sin \theta_u), \\ y &= \frac{L}{SB}(i_1 \sin \theta_u + i_2 \cos \theta_u), \\ u &= -\dot{\theta}_l, \\ \theta &= \theta_u - \theta_l, \end{aligned}$$

получим систему 5-го порядка

$$\begin{aligned} \dot{y} &= -cy - s - xs, \\ \dot{x} &= -cx + ys, \\ \dot{\theta} &= u - s, \\ \dot{s} &= \frac{k_\theta}{J_u} \theta + \frac{b}{J_u} (u - s) + \frac{a}{J_u} y, \\ \dot{u} &= -\frac{k_\theta}{J_l} \theta - \frac{b}{J_l} (u - s) + \frac{1}{J_l} T_{fl}(\omega_{mf} - u), \end{aligned} \tag{12}$$

$$\text{Здесь } a = \frac{\beta(SB)^2}{L}, \quad c = \frac{R}{L}.$$

Рассмотрим случай, когда сила трения имеет несимметричную характеристику, рассмотренную ранее:

$$T_{fl}(\omega_l) = \begin{cases} \gamma & \text{при } \omega_l > 0 \\ -M\gamma & \text{при } \omega_l < 0, \end{cases}$$

где  $\omega_l = \omega_{mf} - u$ . Здесь по-прежнему  $M, \gamma > 0$ .

Тогда может быть проведен локальный анализ системы, и справедлива следующая теорема:

**Теорема 2.** При  $b = 0$ ,  $0 < \gamma < \gamma_{max} = \frac{ac\omega_{mf}}{c^2 + \omega_{mf}^2}$  система (12) имеет одно асимптотически устойчивое состояние равновесия:

$$s_0 = u_0, \quad x_0 = -\frac{\gamma s_0}{ac}, \quad y_0 = -\frac{\gamma}{a}, \quad \theta_0 = \frac{\gamma}{k_\theta}, \tag{13}$$

где  $s_0$  – это наименьший корень уравнения

$$\frac{acs}{c^2 + s^2} = \gamma.$$

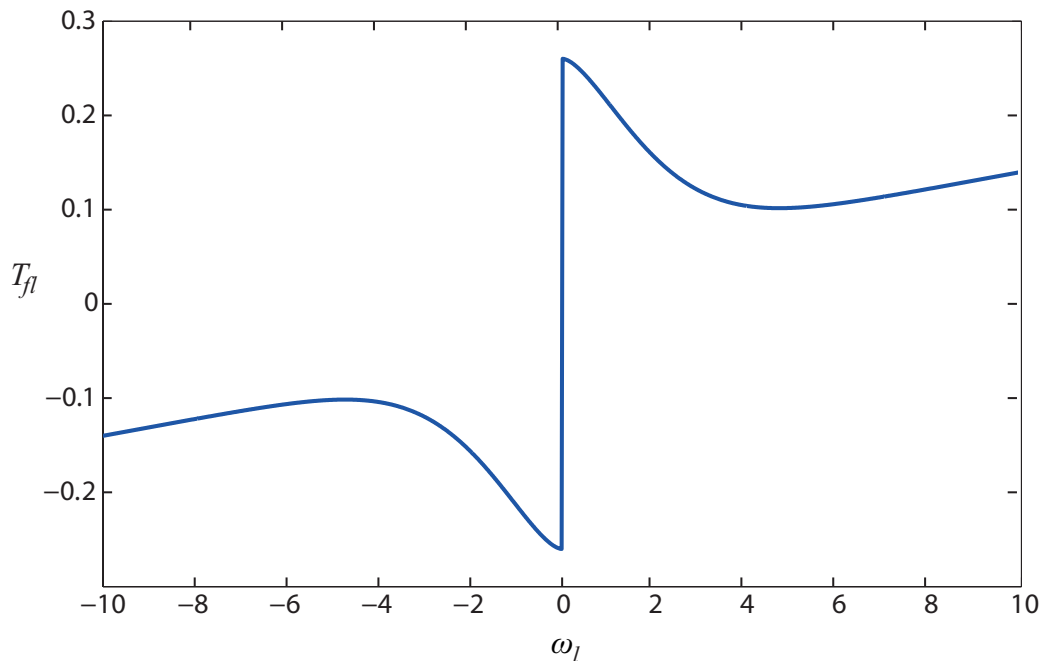


Рис. 4. Момент силы трения  $T_{fl}$

В ходе численного анализа системы удалось обнаружить устойчивые режимы работы буровой установки и режимы, при которых бур останавливается.

Рассмотрим более сложную модель трения – срывное трение.

Пусть теперь момент силы трения имеет следующий вид (см. рис. 4)

$$T_{fl}(\omega_l) = \begin{cases} T_{cl}(\omega_l) \operatorname{sign}(\omega_l), & \text{при } \omega_l \neq 0 \\ [-T_{sl}, T_{sl}], & \text{при } \omega_l = 0, \end{cases} \quad (14)$$

$$T_{cl}(\omega_l) = T_{fl} + (T_{sl} - T_{fl}) e^{-|\frac{\omega_l}{\omega_{sl}}|^{\delta_{sl}}} + b_l |\omega_l|, \quad (15)$$

где  $T_{sl}$ ,  $T_{fl}$ ,  $\omega_{sl}$ ,  $\delta_{sl}$  и  $b_l$  – неотрицательные коэффициенты.

Проведение качественного анализа системы подобного типа является сложной задачей из-за наличия срывного трения.

В работе было проведено компьютерное моделирование данной системы.

При определенных параметрах в системе возникают так называемые скрытые колебания – колебания, область притяжения которых не содержит

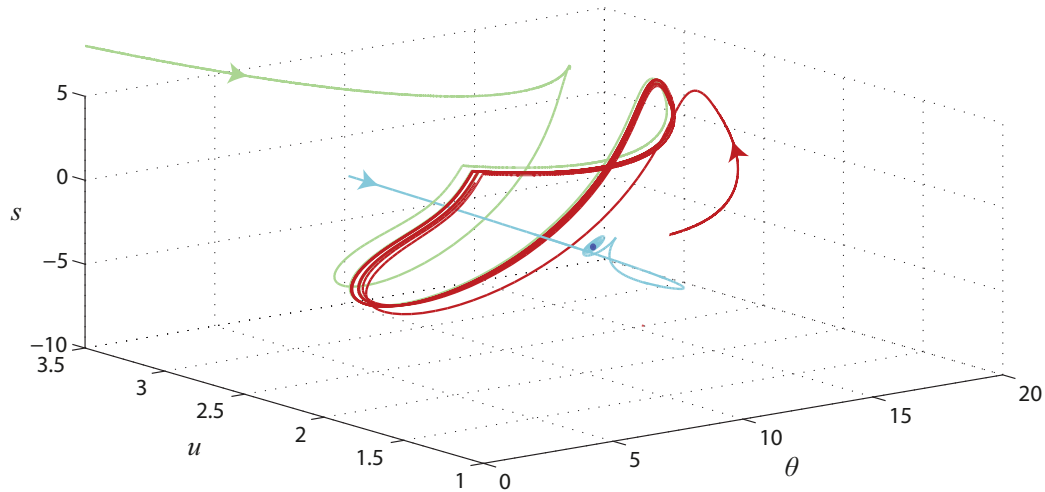


Рис. 5. Скрытые колебания в математической модели буровой установки, приводимой в движение асинхронным двигателем - проекция на  $\{\theta, s, u\}$ .

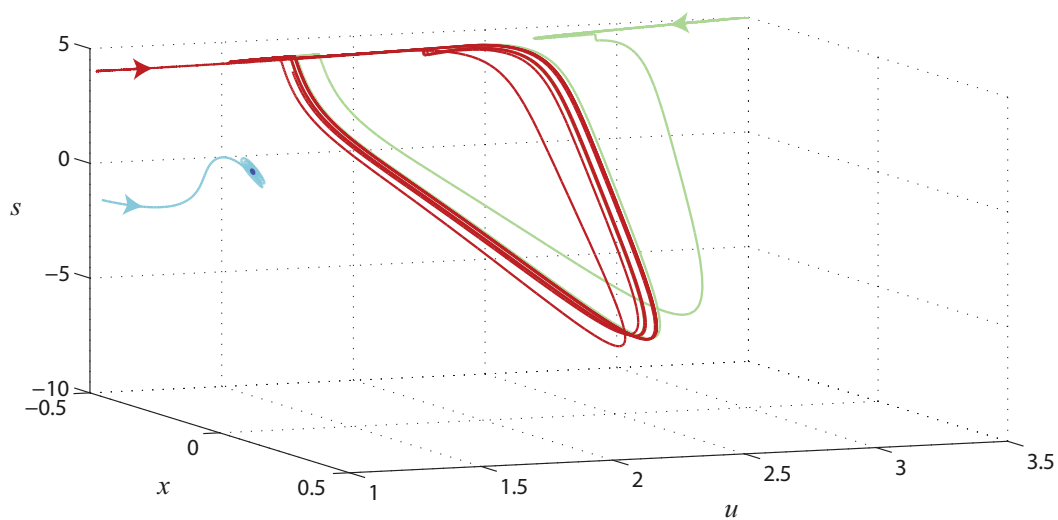


Рис. 6. Скрытые колебания в математической модели буровой установки, приводимой в движение асинхронным двигателем - проекция на  $\{x, s, u\}$ .

окрестность состояния равновесия. На рис. 5 - 7 изображены найденные в системе устойчивое состояние равновесия и устойчивый предельный цикл, что свидетельствует о наличии скрытых колебаний.

Этот результат показывает, что такой сложный эффект как скрытые колебания возникает даже в достаточно простых моделях. Локализация

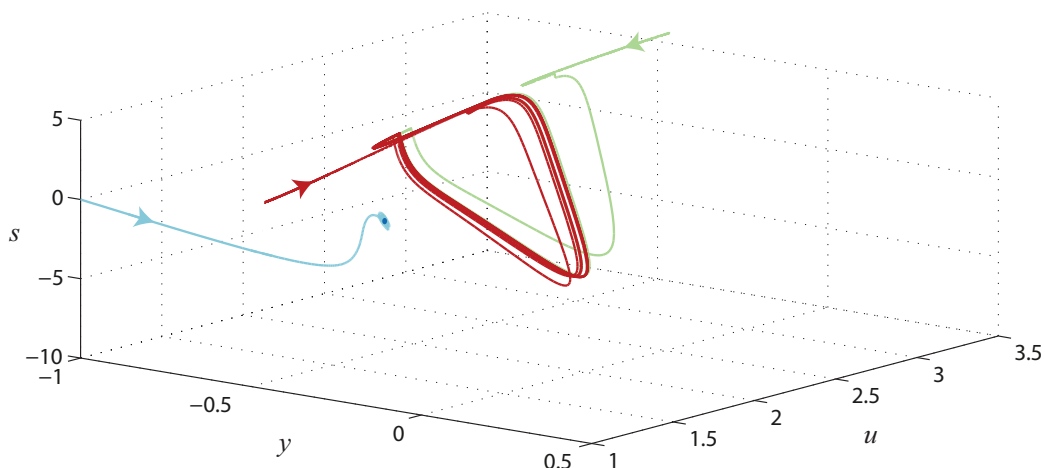


Рис. 7. Скрытые колебания в математической модели буровой установки, приводимой в движение асинхронным двигателем - проекция на  $\{y, s, u\}$ .

скрытых колебаний является трудной задачей т.к. часто не удастся найти скрытые колебания при моделировании системы со случайными данными мала в силу малости области притяжения. Поэтому необходимо развитие аналитических методов исследования подобных систем.

### Приложения.

В Приложении 1 представлен компьютерный код алгоритма построения траекторий трехмерной системы буровой установки.

В Приложении 2 представлен компьютерный код алгоритма вычисления и локального исследования состояний равновесия для пятимерной системы буровой установки со срывным трением.

В Приложении 3 представлен компьютерный код построения устойчивого состояния равновесия и скрытых колебаний (устойчивого предельного цикла) для пятимерной системы буровой установки со срывным трением.

### Публикации автора по теме диссертации.

1. Леонов Г.А., Киселева М.А. Устойчивость электромеханических моделей буровых установок при резкопеременных нагрузках // Доклады Академии наук,

2012, Том 444, Вып. 2, с. 160–164.

2. Киселева М.А., Локальная устойчивость буровых установок приводимых в движение асинхронным двигателем // Вестник С.-Петерб. ун-та, 2012, сер. 1, Вып. 3, с. 39–41.

3. M. Kiseleva, N. Kuznetsov, G. Leonov, P. Neittaanmäki. Mathematical Problem for Drilling System // Abstracts of the International Workshop “Mathematical and Numerical Modelling in Science and Technology”, 2010, Jyväskylä, Finland, p. 16.

4. Киселева М.А., Леонов Г.А. Задача устойчивости буровой установки при резкопеременных нагрузках // Международная научная конференция по механике “Шестые поляховские чтения”, Тезисы докладов, 2012, Санкт-Петербург, Россия, с. 45.

5. Киселева М.А. Математическая модель буровой установки с асинхронным двигателем // XII Международная конференция “Устойчивость и колебания нелинейных систем управления” (конференция Пятницкого), Тезисы докладов, 2012, Москва, Россия, с. 171.

6. Kiseleva M., Kuznetsov N., Leonov G., Neittaanmäki P. Drilling Systems Failures and Hidden Oscillations // Proceedings of the 4th IEEE International Conference on Nonlinear Science and Complexity (NSC-2012), 2012, Budapest, Hungary, p. 109.