

На правах рукописи

Седова Ольга Сергеевна

**Моделирование механохимической коррозии  
сферических сосудов давления**

Специальность 01.02.04 —  
«Механика деформируемого твёрдого тела»

Автореферат  
диссертации на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Санкт-Петербург — 2016

Работа выполнена в Санкт-Петербургском государственном университете

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, доцент  
**Пронина Юлия Григорьевна**

Официальные оппоненты: **Груздков Алексей Андреевич**,  
доктор физико-математических наук,  
Санкт-Петербургский государственный техноло-  
гический институт (технический университет),  
заведующий кафедрой математики

**Иванов Сергей Евгеньевич**,  
кандидат физико-математических наук, доцент,  
Санкт-Петербургский национальный исследова-  
тельский университет информационных техноло-  
гий, механики и оптики,  
доцент кафедры информационных систем

Ведущая организация: Санкт-Петербургский политехнический универси-  
тет Петра Великого

Защита состоится 29 сентября 2016 г. в 14 часов 15 минут на заседании диссер-  
тационного совета Д 212.232.30 на базе Санкт-Петербургского государствен-  
ного университета по адресу: 198504, Санкт-Петербург, Старый Петергоф,  
Университетский пр., 28, математико-механический факультет, ауд. 405.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Научной библиоте-  
ке им. М. Горького Санкт-Петербургского государственного универси-  
тета по адресу: 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7/9  
и на сайте [https://dissler.spbu.ru/dissler/soiskatelyu-uchjonoj-stepeni/dis-  
list/details/14/1023.html](https://dissler.spbu.ru/dissler/soiskatelyu-uchjonoj-stepeni/dis-<br/>list/details/14/1023.html).

Автореферат разослан «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2016 года.

Ученый секретарь  
диссертационного совета  
Д 212.232.30, д.ф.-м.н., проф.

Кустова Е. В.

## Общая характеристика работы

Коррозию классифицируют по различным признакам. По характеру повреждений выделяют сплошную и местную коррозию. Для сплошной коррозии, скорость которой зависит от механических напряжений в теле, был введён термин «механохимическая» коррозия<sup>1</sup>.

**Актуальность темы.** Приводя к преждевременному износу и выходу из строя конструкций, коррозия наносит значительный ущерб экономике и экологии. В процессе эксплуатации многие металлоконструкции находятся в условиях совместного воздействия агрессивных сред (природных и/или технологических) и механических нагрузок. При этом ущерб от совместного действия коррозии и напряжений часто оказывается более существенным, чем при простом «наложении» повреждений, вызванных механической нагрузкой и влиянием агрессивной среды, действующих по отдельности<sup>1,2</sup>. При механохимической коррозии нагруженных элементов конструкций их толщина уменьшается вследствие коррозионного растворения. Утонение приводит к возрастанию напряжений (при неизменной нагрузке), что, в свою очередь, ускоряет коррозионный процесс, вызывая ещё более быстрое утонение и т. д. Таким образом, для моделирования процесса механохимической коррозии необходимо исследовать начальные краевые задачи с неизвестными переменными границами. Большинство их решается с помощью численных методов. Однако, для целей проектирования и оценки долговечности конструкций, а также для верификации работы программных комплексов по решению связанных задач актуально построение «эталонных» аналитических решений.

Несмотря на то, что для пластин, сферических и цилиндрических оболочек получены аналитические решения некоторых задач о равномерной коррозии, ни одно из существующих решений не учитывает влияние пороговых напряжений, необходимость учёта которых отмечается, например, авторами<sup>3</sup>. Существующие решения для тонкостенных конструкций зависят лишь от разности внутреннего и внешнего давлений, но не от самих значений давлений, что, как показано в данной работе, для задач о механохимической коррозии сосудов высокого давления может привести к существенной погрешности. В связи с этим для инженерных приложений актуально получить более точные решения для тонкостенных конструкций, но без их усложнения по сравнению с уже имеющимися. При этом в решениях целесообразно учитывать

---

<sup>1</sup> Гутман Э. М. Механохимия металлов и защита от коррозии. — М.: Металлургия, 1981. — 232 с.

<sup>2</sup> Павлов П. А., Кадырбеков Б. А., Колесников В. А. Прочность сталей в коррозионных средах. — Алма-Ата: Наука, 1987. — 272 с.

<sup>3</sup> Elishakoff I., Ghyselinck G., Miglis Y. Durability of an elastic bar under tension with linear or nonlinear relationship between corrosion rate and stress // *Journal of Applied Mechanics*. — 2012. — Vol. 79, no. 2. — P. 021013.

возможное затухание коррозионного процесса, наблюдаемое при формировании плотных плёнок окислов и/или уменьшении концентрации реагирующих веществ.

**Целью** данной работы является построение новых аналитических решений задач о механохимической коррозии сферических элементов конструкций, учитывающих влияние пороговых напряжений, высоких гидростатических давлений и возможное затухание коррозии; а также исследование применимости формул для равномерного износа к задаче о сосуде с поверхностным дефектом. В рамках данной тематики предполагалось решение следующих **задач**:

- исследование вопроса о выборе эквивалентного напряжения в задачах о механохимической коррозии сферических сосудов высокого давления;
- решение задач о равномерном механохимическом износе сферических сосудов, находящихся под давлением коррозионных сред, с учётом пороговых напряжений;
- решение задач о равномерном механохимическом износе сферических сосудов, находящихся под давлением коррозионных сред, с учётом термоупругих напряжений, вызванных перепадом температур на внутренней и внешней поверхностях сосудов;
- определение оптимальной начальной толщины сферических сосудов давления, эксплуатируемых в агрессивных средах;
- расчёт напряжённого состояния толстостенной сферы с наружной выемкой;
- исследование применимости формул для равномерного износа бездефектного сферического сосуда уменьшенной («приведённой») постоянной толщины к оценке напряжённого состояния сферического сосуда с наружным поверхностным дефектом.

**Основные положения, выносимые на защиту:**

- Теоретическое обоснование целесообразности использования максимального нормального напряжения в качестве эквивалентного напряжения в задачах о механохимической коррозии сосудов высокого давления.
- Аналитическое решение задачи о двусторонней механохимической коррозии толстостенной сферы под давлением с учётом пороговых напряжений и возможного затухания коррозионного процесса.
- Аналитическое решение задачи о двусторонней механохимической коррозии толстостенной сферы под давлением с учётом термоупругих напряжений и возможного затухания коррозионного процесса.
- Аналитическое решение задачи определения оптимальной начальной толщины сферы, эксплуатируемой в агрессивных средах, с учётом возможного

затухания коррозионного процесса.

- Уточнённое аналитическое решение задачи о затухающей двусторонней равномерной механохимической коррозии тонкостенной сферы, отражающее влияние высокого гидростатического давления на внутренней и наружной поверхностях, с учётом пороговых напряжений.
- Уточнённое аналитическое решение задачи о затухающей двусторонней равномерной механохимической коррозии тонкостенной сферы с учётом термоупругих напряжений.
- Обоснование нецелесообразности применения модели равномерного износа толстостенной сферы уменьшенной («приведённой») толщины для оценки напряжённого состояния толстостенной сферы с наружным поверхностным дефектом.

**Методы исследования.** При выполнении представленной работы были использованы методы математической теории упругости, дифференциальных уравнений и математического анализа. Аналитические решения базируются на решении Ламе для толстостенной сферы под давлением. Для решения задач о механохимическом износе тонкостенных конструкций использован метод В. М. Долинского<sup>4</sup>. Для решения задач о двустороннем механохимическом износе толстостенных конструкций использован метод, разработанный Ю. Г. Прониной<sup>5</sup>. Реализация предложенных алгоритмов производилась с использованием языков программирования *C++* и *C#*, а также системы компьютерной алгебры MAPLE. Графические построения выполнены с помощью MAPLE и пакета векторной графики TikZ. Численные результаты получены с использованием конечно-элементного пакета ANSYS.

#### **Научная новизна:**

- Получены новые аналитические решения задач о двустороннем равномерном механохимическом износе толстостенной сферы, находящейся под давлением различных химически активных сред, с учётом пороговых напряжений и термоупругих напряжений.
- Построено новое аналитическое решение задачи определения оптимальной начальной толщины сферических сосудов, эксплуатируемых в агрессивных средах, с учётом затухания коррозии.
- Получены новые аналитические решения задач о затухающей механохимической коррозии тонкостенной сферы, находящейся под давлением агрессивных сред в установившемся тепловом потоке, с учётом пороговых напряжений, отражающие влияние высоких гидростатических давлений.

---

<sup>4</sup> Долинский В. М. Расчет нагруженных труб, подверженных коррозии // *Химическое и нефтяное машиностроение*. — 1967. — № 2. — С. 9–10.

<sup>5</sup> Пронина Ю. Г. Влияние поверхностных факторов на напряженно-деформированное состояние твердых тел с отверстиями: дис... д-ра физ.-мат. наук: 01.02.04. — Санкт-Петербург, 2010. — 361 с.

- Показана неприменимость метода «приведения» и модели равномерного износа толстостенной сферы уменьшенной («приведённой») постоянной толщины для оценки напряжённого состояния толстостенной сферы с наружным поверхностным дефектом.

**Научная и практическая значимость.** С научной точки зрения построенные аналитические решения представляют интерес для теории упругости, так как являются обобщением решения задачи Ламе для сферы на случаи начальных краевых задач с неизвестными переменными границами. С практической точки зрения полученные результаты применимы в различных отраслях человеческой деятельности: химической промышленности, машиностроении, энергетике, добыче и транспортировке природных ресурсов и др. В частности, проведение исследований по оценке состояния корпусных конструкций затопленных объектов (которые, очевидно, находятся в агрессивной среде под давлением) актуально в рамках выполнения программы реабилитации Арктического региона. Выведенные аналитические зависимости могут быть использованы при проектировании и прогнозировании срока службы сосудов высокого давления, эксплуатируемых в коррозионных средах (например, элементов трубопроводов, включая глубоководные, нефтехранилищ, бойлеров и т. п.). Построенные решения могут быть применены для уточнения существующих инженерных методик расчёта. Кроме того, выведенные формулы можно использовать в качестве «эталонных» решений для проверки работы программных комплексов, используемых для численного решения связанных задач.

**Степень достоверности** полученных результатов обеспечивается корректностью постановки задач и использованием известных и применяемых в научной и инженерной практике моделей для описания механических и физико-химических характеристик исследуемых объектов. Корректность полученных решений подтверждается их анализом, непосредственной проверкой, исследованием различных предельных переходов, а также совпадением решений для частных случаев рассматриваемых задач с имеющимися в научной литературе данными.

**Апробация работы.** Основные результаты работы докладывались и обсуждались на научных семинарах кафедры вычислительных методов механики деформируемого твёрдого тела Санкт-Петербургского государственного университета, кафедры сопротивления материалов Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, а также на международных научных конференциях: 45-я международная научная конференция аспирантов и студентов «Процессы управления и устойчивость» (CPS'14), 1–4 апреля 2014, Санкт-Петербург, Россия; XXI Петербургские чтения по

проблемам прочности, 15–17 апреля 2014, Санкт-Петербург, Россия; XXII международная конференция «Физика конденсированного состояния», 17–18 апреля 2014, Гродно, Беларусь; International Vacuum Electron Sources Conference (IVESC- 2014), 30 июня – 4 июля 2014, Санкт-Петербург, Россия; VII международная конференция «Современные методы прикладной математики, теории управления и компьютерных технологий», 14–21 сентября 2014, Воронеж, Россия; 12th International Conference of Numerical Analysis and Applied Mathematics (ICNAAM'2014), 22–28 сентября 2014, Родос, Греция; Международная конференция по механике «Седьмые Поляховские чтения», 2–6 февраля 2015, Санкт-Петербург, Россия; 46-я международная научная конференция аспирантов и студентов «Процессы управления и устойчивость» (CPS'15), 6–9 апреля 2015, Санкт-Петербург, Россия; 9th European Solid Mechanics Conference (ESMC'2015), 6–10 июля 2015, Мадрид, Испания; Mathematical Modeling and Computational Physics (ММСР'2015), 13–17 июля 2015, Стара Лесна, Словакия; Третья международная конференция «Устойчивость и процессы управления» (SCP'16), 5–9 октября 2015, Санкт-Петербург, Россия; VII Международная школа «Физическое материаловедение», 31 января – 5 февраля 2016, Тольятти, Россия; 47-я международная научная конференция аспирантов и студентов «Процессы управления и устойчивость» (CPS'16), 4–7 апреля 2016, Санкт-Петербург, Россия; XXII Петербургские чтения по проблемам прочности, 12–14 апреля 2016, Санкт-Петербург, Россия.

**Публикации.** Основные результаты по теме диссертации изложены в двадцати статьях, пять из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК, шесть — в других изданиях и девять — в тезисах докладов.

В работах, написанных в соавторстве с научным руководителем, Ю. Г. Прониной принадлежит постановка задач и консультирование по вопросам, связанным с решениями и анализом результатов. В публикации [5] С. А. Кабриц участвовал в обсуждении результатов. Л. А. Хакназарова дублировала построение модели для контроля достоверности результатов в работе [9]. О. С. Седова осуществляла адаптацию методов решения к конкретным задачам и их непосредственную реализацию; проводила численные эксперименты, анализ полученных результатов; реализовывала разработанные алгоритмы в виде компьютерных программ.

**Поддержка.** Представленная работа в 2015 году была поддержана грантом МИЦНТ СНГ (проект № 080-316), Правительством РФ (именная стипендия) и компанией Microsoft (ресурсный грант Microsoft Azure for Research). Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ (проект № 16-

08-00890), а также с использованием вычислительных ресурсов Ресурсного Центра «Вычислительный центр СПбГУ».

**Объём и структура работы.** Диссертация состоит из введения, четырёх глав и заключения. Полный объём работы составляет 132 страницы с 29 рисунками и 1 таблицей. Список литературы содержит 139 наименований.

## Содержание работы

Во **введении** обоснована актуальность темы, сформулированы цель и задачи работы, кратко описаны полученные в работе новые научные результаты, их практическая значимость, изложены основные положения, выносимые на защиту, а также приведено краткое содержание.

В **первой главе** дан краткий исторический обзор имеющихся научных данных по тематике диссертации и рассмотрены некоторые существующие модели коррозии.

В **главе 2** исследован двусторонний механохимический износ линейно-упругой толстостенной сферы, находящейся под внутренним  $p_r$  и внешним  $p_R$  давлением агрессивных сред. Скорости коррозии изнутри и снаружи описываются соотношениями<sup>2</sup>

$$v_r = \frac{dr}{dt} = v_r^0 \exp(-bt), \quad \text{при } |\sigma_e(r)| \leq |\sigma_r^{th}|;$$

$$v_R = -\frac{dR}{dt} = v_R^0 \exp(-bt), \quad \text{при } |\sigma_e(R)| \leq |\sigma_R^{th}|;$$

$$v_r = \frac{dr}{dt} = [a_r + m_r \sigma_e(r)] \exp(-bt), \quad \text{при } |\sigma_e(r)| > |\sigma_r^{th}|;$$

$$v_R = -\frac{dR}{dt} = [a_R + m_R \sigma_e(R)] \exp(-bt), \quad \text{при } |\sigma_e(R)| > |\sigma_R^{th}|,$$

где  $a_r$ ,  $a_R$ ,  $m_r$ ,  $m_R$ ,  $b$ ,  $\sigma_r^{th}$  и  $\sigma_R^{th}$  — постоянные, определяемые опытным путём;  $\sigma_e(r)$  и  $\sigma_e(R)$  — эквивалентные напряжения на поверхностях сферы. В качестве эквивалентного напряжения разными авторами выбирались различные инварианты тензора напряжений; наиболее распространено использование максимального нормального напряжения и интенсивности напряжений.

В п. 1.1 построено аналитическое решение задачи о механохимической коррозии с использованием максимального нормального напряжения в качестве эквивалентного:  $\sigma_e = \sigma_1$  для случая, когда напряжения на соответствующих поверхностях сферы в начальный момент времени по абсолютному значению превышают пороговые. Задача сведена к решению обыкновенно-



го дифференциального уравнения относительно максимального нормального напряжения на внутренней поверхности сосуда  $\sigma = \sigma_1(r)$ , решение которого имеет вид

$$t = -\frac{1}{b} \ln \left\{ \exp(-bt_0) + b \frac{m_R r_0 + m_r R_0}{m_R a_r - m_r A_R} [1 - \exp(J(m_R a_r - m_r A_R))] \right\},$$

где  $A_R = a_R - m_R(p_r - p_R)/2$ ;

$$J = J(\sigma) = 2(p_r - p_R) \int_{\sigma_0}^{\sigma} \frac{1}{(2\sigma - p_r + 3p_R)^{2/3} (2\sigma + 2p_r)^{2/3}} \times \\ \times \frac{1}{(A_R + m_R \sigma)(2\sigma - p_r + 3p_R)^{1/3} + (a_r + m_r \sigma)(2\sigma + 2p_r)^{1/3}} \times \\ \times \frac{d\sigma}{m_r(2\sigma + 2p_r)^{1/3} + m_R(2\sigma - p_r + 3p_R)^{1/3}}; \quad \sigma^0 = \frac{2p_r r_0^3 + (p_r - 3p_R)R_0^3}{2(R_0^3 - r_0^3)},$$

$r_0$  и  $R_0$  — значения радиусов сферы в начальный момент времени.

Ранее подобная задача была решена в терминах интенсивности напряжений<sup>5</sup>. В п. 1.2 произведено сопоставление указанных решений, на основе которого исследован вопрос о выборе эквивалентного напряжения в задачах о механохимической коррозии сосудов высокого давления. Использование максимального нормального напряжения в качестве эквивалентного, в отличие от интенсивности напряжений, позволяет учитывать влияние гидростатического давления  $p = \min\{p_r, p_R\}$  на долговечность изделий. В п. 1.2 показано, что при высоких  $p$  это влияние может быть весьма существенным. Поэтому далее во всей работе в качестве эквивалентного напряжения использовано именно максимальное нормальное напряжение.

В п. 1.3 получено аналитическое решение задачи о равномерном механохимическом износе сферических элементов под давлением с учётом пороговых напряжений и возможного затухания коррозии. В п. 1.4 решена задача нахождения оптимальной начальной толщины сосуда давления требуемой ёмкости по заданному сроку службы изделия и величине предельного напряжения. Под оптимальной толщиной понимается значение толщины, которое, во-первых, является минимально возможным, т. е. соответствует наиболее экономичному расходу материала, во-вторых, обеспечивает необходимый срок службы изделия. В п. 1.5 построено решение задачи о равномерном механохимическом износе толстостенных сферических сосудов под давлением с учётом затухания коррозионного процесса и термоупругих напряжений, вызванных перепадом температур на внутренней и внешней поверхностях.

**Глава 3** посвящена коррозионному износу тонкостенных сферических сосудов. Несмотря на то, что решения гл. 2, применимы и к тонкостенным сферическим элементам, полученные там выражения являются достаточно громоздкими и не всегда удобны для использования в инженерных приложениях, например, для оценки устойчивости формы тонкостенных сосудов под действием высокого внешнего (по сравнению с внутренним) давления. Поэтому целью гл. 3 является вывод аналитических зависимостей, более компактных по сравнению с решениями, представленными в гл. 2, но в то же время более точных, чем решения, построенные другими авторами на основе формулы Лапласа для тонкостенной сферы («котельной» формулы).

В п. 2.1 решение, основанное на формуле Лапласа, обобщается на случай наличия пороговых напряжений и возможного затухания коррозии (оно используется в дальнейшем для сопоставления с уточнённым решением, предложенным в работе). В п. 2.2 предложено уточнённое решение задачи о механохимической коррозии тонкостенной сферы, которое, в отличие от предшествующих (полученных другими авторами), отражает влияние гидростатической составляющей  $p$  внутреннего и внешнего давлений на напряжённое состояние, но при этом сохраняет точно такую же компактную форму, как и предшествующие решения для тонкостенной сферы (только лишь с другими постоянными). В п. 2.3 с использованием уточнения, предложенного в п. 2.2, получено решение задачи о механохимической коррозии сферических элементов с учётом термоупругих напряжений. В п. 2.4 представлен алгоритм оценки долговечности тонкостенной сферы в условиях конкурирующих механизмов разрушения: хрупкого разрушения и потери устойчивости формы.

На рис. 1 приведены графики зависимостей  $\sigma(t)$ , построенные для двусторонней механохимической коррозии тонкостенной сферы с использованием решения, основанного на формуле Лапласа; решения, основанного на формуле Ламе; уточнённого решения. При построении использованы шесть пар значений внутреннего и внешнего давления, таких, что модуль разности давлений одинаков для каждой из рассматриваемых пар:  $|p_r - p_R| = \text{const}$  (значения давлений и времени приведены в условных единицах измерения давления и времени:  $[p_c]$  и  $[t_c]$ ). Для решения, основанного на формуле Лапласа, всем рассмотренным наборам давлений соответствует единственная кривая (пунктирная линия «4» на рис. 1). Сплошные линии построены по формулам, основанными на решении задачи Ламе для толстостенной сферы (полученным в гл. 2). Ромбики соответствуют построенному уточнённому решению для тонкостенной сферы.

Из рис. 1 видно, что при увеличении  $p = \min\{p_r, p_R\}$  возрастает погрешность, которую даёт решение, основанное на «котельной» формуле, по

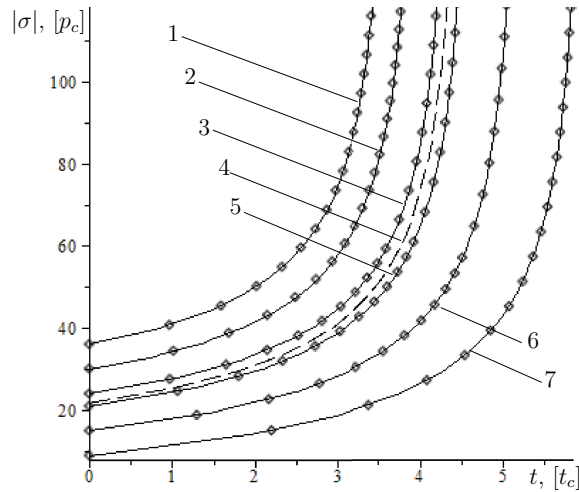


Рис. 1 — Зависимости  $|\sigma(t)|$  для различных моделей, основанных на решении Ламе (сплошные линии); «котельной» формуле (пунктирная линия); уточнённом решении (ромбики), при  $p_r = 12 [p_c]$ ,  $p_R = 15 [p_c]$  (кривые «1» и «4»);  $p_r = 6 [p_c]$ ,  $p_R = 9 [p_c]$  (кривые «2» и «4»);  $p_r = 0 [p_c]$ ,  $p_R = 3 [p_c]$  (кривые «3» и «4»);  $p_r = 3 [p_c]$ ,  $p_R = 0 [p_c]$  (кривые «5» и «4»);  $p_r = 9 [p_c]$ ,  $p_R = 6 [p_c]$  (кривые «6» и «4»);  $p_r = 15 [p_c]$ ,  $p_R = 12 [p_c]$  (кривые «7» и «4»)

сравнению с решением, основанным на формуле Ламе для толстостенной сферы. Причём при  $p_r < p_R$  долговечность, рассчитанная с помощью формулы Лапласа для тонкостенной сферы, оказывается завышенной по сравнению с долговечностью, прогнозируемой в рамках решения Ламе (что может привести к опасным последствиям). В то же время при  $p_r > p_R$  решение, рассчитанное с помощью формулы Лапласа, даёт заниженные прогнозы (и соответственно, предполагает завышенный расход материала). Однако было отмечено, что при чистом коррозионном износе (т. е. независящем от напряжений) решения, основанные на формуле Лапласа, приводят к результатам, практически совпадающим с результатами, основанным на решении Ламе (применительно к тонким оболочкам).

Полученное в гл. 3 уточнённое решение, имея достаточно компактную форму, практически совпадает с решением, основанным на формуле Ламе, при любых гидростатических давлениях  $p$ , как для случая  $p_r < p_R$ , так и для  $p_r > p_R$  (применительно к тонкостенной сфере) как для чистого, так и для механохимического износа.

В **четвёртой главе** исследуется толстостенная сфера под действием равномерного внутреннего давления, на внешней поверхности которой имеется дефект (технологически обусловленный или появившийся в процессе эксплуатации, например, вследствие локального коррозионного растворения). Внутренний  $r$  и внешний  $R$  радиусы сферы считаются постоянными во времени. Дефект имеет форму цилиндрической выемки со сферическим

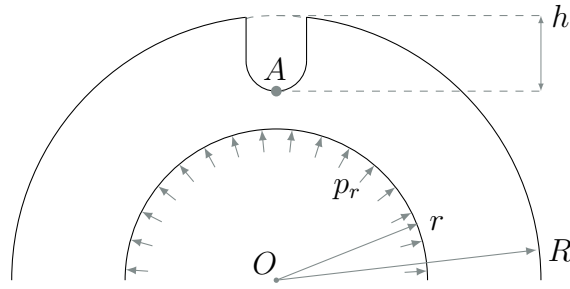


Рис. 2 — Точка расчёта напряжения  $\sigma_{pit}$  — нижняя центральная точка выемки (точка A)

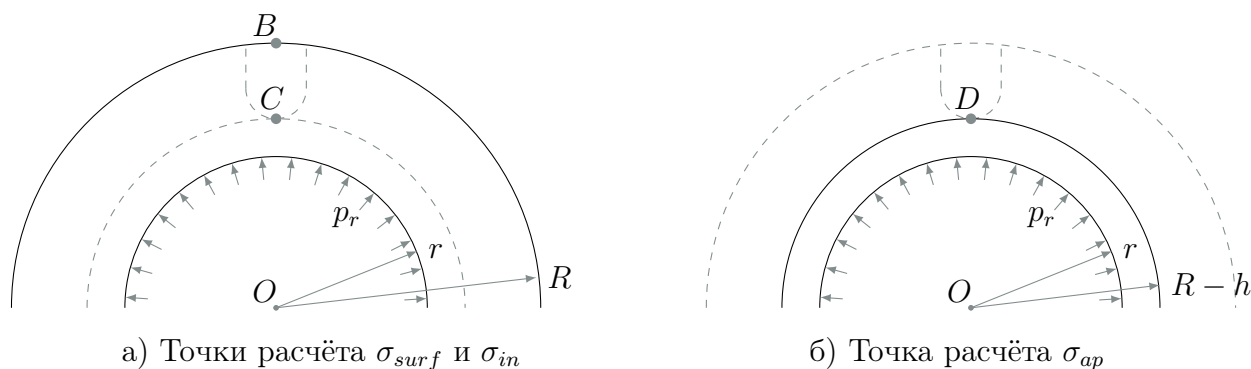
основанием радиуса  $\delta$ . Глубиной погружения дефекта  $h$  считается глубина нижней центральной точки (рис. 2).

Введены три коэффициента концентрации напряжений:

$$\alpha_{surf} = \frac{\sigma_{pit}}{\sigma_{surf}} = \frac{\sigma_A}{\sigma_B}; \quad \alpha_{in} = \frac{\sigma_{pit}}{\sigma_{in}} = \frac{\sigma_A}{\sigma_C}; \quad \alpha_{ap} = \frac{\sigma_{pit}}{\sigma_{ap}} = \frac{\sigma_A}{\sigma_D}.$$

Первый из них — «поверхностный» коэффициент —  $\alpha_{surf}$  рассчитывается как отношение окружного напряжения  $\sigma_{pit}$  ( $\sigma_A$ ) в нижней центральной точке выемки (в точке A, см. рис. 2) к окружному напряжению  $\sigma_{surf}$  ( $\sigma_B$ ) на поверхности бездефектной сферы с внешним радиусом  $R$ , как и у исходной сферы, (в точке B, рис. 3а). Этот коэффициент показывает во сколько раз отличаются напряжения на внешней поверхности сферы в глубине выемки и на удалении от неё. Таким образом, в случае механохимического растворения материала сферы,  $\alpha_{surf}$  может позволить оценить разницу скоростей коррозии в вершине выемки и на основной поверхности сферы. «Внутренний» коэффициент концентрации напряжений —  $\alpha_{in}$  — отношение напряжения  $\sigma_{pit}$  (рис. 2) к окружному напряжению  $\sigma_{in}$  ( $\sigma_C$ ) внутри бездефектной сферы на глубине  $h$  (напряжение в точке C, рис. 3а). Коэффициент  $\alpha_{in}$  характеризует коэффициент концентрации напряжения практически в традиционном смысле — это напряжение, вызванное дефектом, отнесённое к напряжению, возникающему в теле без дефектов, в той же точке. Третий введённый коэффициент концентрации напряжения — «приведённый» —  $\alpha_{ap}$  рассчитывается как отношение окружного напряжения  $\sigma_{pit}$  в нижней точке дефекта к окружному напряжению  $\sigma_{ap}$  ( $\sigma_D$ ) бездефектной сферы, внешний радиус которой уменьшен на глубину выемки и, соответственно, равен  $R - h$  (напряжение в точке D, рис. 3б). «Приведённый» коэффициент позволит оценить допустимость применения метода оценки напряжённого состояния в окрестности дефекта с помощью напряжения в бездефектной сфере уменьшенной толщины.

С помощью конечно-элементного пакета ANSYS проведены численные эксперименты, показавшие, что использование метода оценки напряжённого состояния сферического сосуда с поверхностным дефектом с помощью напря-



а) Точки расчёта  $\sigma_{surf}$  и  $\sigma_{in}$

б) Точка расчёта  $\sigma_{ap}$

Рис. 3 — Точки расчёта окружных напряжений  $\sigma_{surf}$ ,  $\sigma_{in}$  (а) и  $\sigma_{ap}$  (б)

жений в бездефектной конструкции, толщина которой уменьшена на глубину дефекта, а тем более применение формул для равномерно износа сферы при оценке долговечности сферы с дефектом, нецелесообразно.

В **заключении** сформулированы основные результаты работы, которые состоят в следующем:

- Исследован вопрос о выборе эквивалентного напряжения в задачах о механохимической коррозии толстостенной сферы, подверженной высоким внешним и внутренним давлениям. Проведённый анализ показал, что использование максимального нормального напряжения в качестве эквивалентного отражает тот факт, что повышение гидростатической составляющей давлений  $p = \min\{p_r, p_R\}$  при  $|p_r - p_R| = \text{const}$  может привести как к росту, так и к уменьшению долговечности изделия (в зависимости от знака  $|p_r - p_R|$ ) на десятки процентов. В то же время модель, использующая интенсивность напряжений в качестве эквивалентного напряжения, не отражает указанного эффекта. Более того, при затухающей коррозии разница в результатах, полученных в рамках рассмотренных моделей, даже при небольших гидростатических давлениях  $p$  значительно возрастает и может достигать сотен процентов.
- С использованием выбранного эквивалентного напряжения построено решение задачи о механохимической коррозии толстостенной сферы, находящейся под давлением агрессивных сред, учитывающее влияние пороговых напряжений на прогнозируемую долговечность изделия.
- Построено аналитическое решение задачи определения оптимальной начальной толщины сферы, эксплуатируемой в агрессивных средах, с учётом возможного затухания коррозионного процесса.
- Построены аналитические решения задач о равномерном механохимическом износе сферических сосудов (толстостенных и тонкостенных), находящихся под давлением коррозионных сред, с учётом термоупругих напряжений, вызванных перепадом температур на внутренней и внешней поверх-

ностях сосудов. Показано, что если напряжения на внутренней поверхности сосуда, вызванные действием давления и перепадом температур, имеют один знак, то перепад температур (при  $T_R > T_r$ ) приводит к ускорению коррозионного процесса.

- Показано, что в задаче о механохимической коррозии тонкостенной сферы допущение о неизменности срединного радиуса со временем не оказывает существенного влияния на решение, включая случаи односторонней коррозии.
- Показано, что решение, основанное на формуле Лапласа, даёт удовлетворительные результаты при расчёте долговечности тонкостенных сосудов, подверженных «чистому» коррозионному износу, при любых  $p = \min\{p_r, p_R\}$ . В то же время, при расчёте долговечности сосудов, эксплуатируемых в условиях механохимической коррозии при высоких гидростатических давлениях, использование формулы Лапласа приводит к существенной погрешности.
- Построено новое, уточнённое, аналитическое решение задачи о механохимической коррозии тонкостенной сферы, полностью идентичное по форме решению, основанному на формуле Лапласа, но при этом учитывающее влияние высоких гидростатических давлений на внутренней и внешней поверхностях сосуда.
- Показана неприменимость метода «приведения», и соответственно, формул для равномерного износа толстостенной сферы уменьшенной («приведённой») толщины к оценке напряжённого состояния толстостенной сферы с наружным поверхностным дефектом.

## Публикации автора по теме диссертации

### Статьи в журналах, рекомендованных ВАК:

1. *Седова, О. С.* О выборе эквивалентного напряжения в задачах о механохимической коррозии сферических элементов / О. С. Седова, Ю. Г. Пронина // *Вестн. С.-Петерб. ун-та. Серия 10: Прикладная математика. Информатика. Процессы управления.* — 2016. — № 2. — С. 33–44.
2. *Sedova, O.* A New Model for the Mechanochemical Corrosion of a Thin Spherical Shell / O. Sedova, Y. Pronina // *EPJ Web of Conferences / EDP Sciences.* — Vol. 108. — 2016. — P. 02040.
3. *Sedova, O.* Generalization of the Lamé problem for three-stage decelerated corrosion process of an elastic hollow sphere / O. Sedova, Yu. Pronina // *Mechanics Research Communications.* — 2015. No. 65. — P. 30–34.
4. *Sedova, O. S.* Initial boundary value problems for mechanochemical corrosion of a thick spherical member in terms of principal stress / O. S. Sedova,

Yu. G. Pronina // Proceedings of the International Conference on Numerical Analysis and Applied Mathematics 2014 (ICNAAM-2014) / AIP Publishing. — Vol. 1648. — 2015. — P. 260002.

5. Pronina, Yu. G. On the Applicability of Thin Spherical Shell Model for the Problems of Mechanochemical Corrosion / Yu. G. Pronina, O. S. Sedova, S. A. Kabrits // Proceedings of the International Conference on Numerical Analysis and Applied Mathematics 2014 (ICNAAM-2014) / AIP Publishing. — Vol. 1648. — 2015. — P. 300008.

**Статьи в других изданиях:**

6. Sedova, O. S. Calculation of the optimal initial thickness of a spherical vessel operating in mechanochemical corrosion conditions / O. Sedova, Yu. Pronina // *Stability and Control Processes in Memory of V. I. Zubov (SCP)*, 2015. — 2015. — P. 436–439.

7. Sedova, O. Taking account of hydrostatic pressure in the modeling of corrosion of thick spherical shells / O. Sedova, Yu. Pronina // *In Seventh Polyakhov's Reading, 2015 International Conference on Mechanics*. — 2015. — P. 1–4.

8. Седова, О. С. Две модели коррозионного износа толстостенной сферической оболочки / О. С. Седова // *Процессы управления и устойчивость*. — 2015. — Т. 1. (18), № 1. — С. 245–252.

9. Седова, О. С. Расчет напряжений в толстостенном сферическом элементе с наружной выемкой / О. С. Седова, Л. А. Хакназарова // *Процессы управления и устойчивость*. — 2014. — Т. 1 (17), № 1. — С. 212–218.

10. Sedova, O. S. Stress distribution in the neighborhood of a corrosion pit on the outer surface of an elastic spherical shell / O. S. Sedova // 2014 2nd Intern. Conference on Emission Electronics (ICEE). Selected papers / eds: N. V. Egorov, D. A. Ovsyannikov, E. I. Veremey. Saint-Petersburg: Saint Petersburg State University. — 2014. — P. 78–81.

11. Седова, О. С. Влияние высоких гидростатических давлений на долговечность сферических элементов конструкций в условиях коррозии / О. С. Седова, Ю. Г. Пронина // *Физическое материаловедение. VII международная школа с элементами научной школы для молодежи. Сборник конкурсных докладов*. — Тольятти: 2016. — С. 129–134.