На правах рукописи

Кноте Карстен

РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ БЫСТРЫХ ПАРАМЕТРИЧЕСКИ ПЕРЕСТРАИВАЕМЫХ ОРТОГОНАЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ В БАЗИСАХ "WAVELET"-ФУНКЦИЙ

Специальность: 05.13.01 - Управление в технических системах

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Санкт-Петербург - 2000

Работа выполнена в Санкт-Петербургском государственном электротехническом университете «ЛЭТИ».

Научный руководитель -
кандидат технических наук, профессор Солодовников А.И.

Официальные оппоненты:
доктор технических наук, профессор Полонников Р.И.,
кандидат технических наук, доцент Баранов В.Е.

Ведущая организация – Северо-западный заочный политехнический институт.

Защита диссертации состоится « ___ » _____ 2000г. в _____ часов на заседании диссертационного совета К 063.36.03 Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета «ЛЭТИ» по адресу: 197376, Санкт-Петербург, ул. Проф. Попова, 5.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке университета.

Автореферат разослан « ___ » _____ 2000г.

Ученый секретарь
диссертационного совета Кутузов О.И.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы. Научно-технический прогресс неразрывно связан с созданием новых технических систем разного назначения и повышением надежности их функционирования. Для обеспечения надежного бесперебойного функционирования систем, особенно в условиях постоянно возрастающей сложности и комплексности, необходимо выполнять контроль и управление состоянием этих систем. Содержание этой задачи включает в себя диагностирование и классификацию текущего технического состояния системы и воздействия на ее параметры на основе полученных сведений, а также такие вопросы, как постоянное слежение за состоянием системы (мониторинг) и прогнозирование. Предметом настоящей работы является разработка математической основы для оценивания состояния технических систем, входящая в общую проблему управления состоянием подобных систем. В работе также рассмотрены методы выделения информативных признаков, характеризирующих конкретное состояние диагностируемой системы, на основе которых может быть произведена классификация состояния и идентификация выявленных дефектов.

Среди широко используемых методов выделения информативных признаков, как показано в работе, следует выделить основанные на применении ортогональных преобразований, особенно те из них, которые обладают быстрыми вычислительными алгоритмами. Ортогональные преобразования при соответствующем выборе базисной системы обеспечивают адекватность анализируемой информации при высокой степени декорреляции информативных компонент.

В течение последних лет интенсивно развивается принципиально новый класс ортогональных преобразований, основанный на использовании вейвлет-функций. Эти вейвлет-преобразования (В-П) отличаются высокой степенью локализованности базисных функций как во временной, так и в частотной областях, что позволяет применять их для обработки широкого класса процессов, в том числе и нестационарных. Однако построение новых систем базисных вейвлет-функций представляет собой достаточно сложную проблему.

Актуальность диссертационной работы обусловлена возможностью качественного улучшения результатов обработки информации при использовании предлагаемого вейвлет-преобразования в параметрической форме, позволяющей приспосабливать вейвлет-функции к характеристикам анализируемых процессов.

Целью работы является исследование и разработка математического аппарата, позволяющего синтезировать ортогональные системы базисных вейв-

лет-функций, приближенные к характеру анализируемых сигналов и обладающие возможностью параметрического перестраивания.

Для достижения сформулированной цели в работе были поставлены и решены следующие основные задачи исследования:

- анализ существующих методов синтеза приспособленных систем ортогональных базисных функций,
- разработка математических методов синтеза дискретных параметрически перестраиваемых ортогональных вейвлет-функций,
- разработка и исследование алгоритмов быстрых вейвлет-преобразований в параметрически перестраиваемой форме, оценка их вычислительной эффективности,
- экспериментальные исследования разработанного аппарата при анализе информации различной физической природы.

Методы исследования. При проведении исследований в работе использовались теория спектрального анализа, аппарат матричной алгебры, методы теории вейвлетов и кратномасштабного анализа, численные методы оптимизации.

Научная новизна работы заключается в следующем:

1. Разработана факторизованная параметрическая модель ортогонального вейвлет-преобразования, которая позволяет построить базисные вейвлет-функции, приспособленные к характеристикам обрабатываемой информации. Разработан быстрый рекурсивный алгоритм параметрического В-П, использующий структурные особенности факторизованных матриц для сокращения вычислений и получена оценка уменьшения вычислительных затрат.

2. Разработан алгоритм текущего параметрического вейвлет-анализа, позволяющего анализировать неограниченные во времени процессы без предварительного их разбиения на интервалы в задачах мониторинга.

3. Приведены основы ортогонального В-П с коэффициентом изменения масштаба базисных вейвлет-функций, равным трем. Разработана параметрическая модель троичного вейвлет-преобразования, а также быстрый вычислительный алгоритм.

4. Предложена методика выбора угловых параметров вейвлет-преобразования с целью приспособления базисных систем к решаемой задаче, основанная на методах цифровой оптимизации.

Практическая ценность работы заключается в следующем:

1. Разработаны алгоритмы параметрического вейвлет-преобразования и текущего вейвлет-анализа, а также соответствующие программные модули.

2. Проведено подтверждение теоретических выводов обработкой экспериментальных вибрационных процессов при решении задачи технической диагностики состояния роторных машин.

Апробация результатов работы. Основные положения и результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на научно-технических конференциях профессорско-преподавательского состава СПбГЭТУ в 1998-2000 гг., на Седьмой Международной (Балтийской) студенческой олимпиаде по автоматическому управлению, г. С.-Петербург, 1999 г., а также на XVI Международном межвузовском школе-семинаре «Методы и средства технической диагностики (МиСТД-99)», г. Ивано-Франковск, Украина, 1999 г.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 6 печатных работ, в том числе 4 статьи и 2 тезиса докладов на научных конференциях.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы, включающего 77 наименований и одного приложения. Основная часть работы изложена на 147 страницах машинописного текста. Работа содержит 32 рисунка и 4 таблицы.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы диссертационной работы, сформулирована цель и основные задачи исследования, кратко раскрыто их содержание.

В первой главе приведен краткий сопоставительный анализ наиболее известных в настоящее время ортогональных систем базисных функций. Особое внимание уделяется при этом возможности адаптации той или иной базисной системы к характеристикам изучаемого процесса, а также наличию быстрых алгоритмов, обеспечивающих эффективность и быстродействие вычислений.

В рамках теории цифровой обработки информации преобразование может быть представлено в виде матричного уравнения

$$Y = AX,$$

где: A - матрица оператора преобразования размера $N \times N$, представляющая систему дискретных функций,

$X = [x_1, x_2, \ldots, x_N]^T$ - вектор исходной информации,

$Y = [y_1, y_2, \ldots, y_M]^T$ - преобразование (или спектр) вектора X по системе функций A.

В настоящее время известно значительное количество ортогональных базисов, которые по принципу их формирования можно условно разделить на две группы: фиксированные и нефиксированные базисы. К фиксированным базисам, например, относятся следующие: система комплексно-экспоненциальных функций, известная как базис Фурье, базисы Уолша и Хаара, полиномиальные базисы, косинусный базис и другие. К фиксирован-

ным базисам относятся также и возникшие в последнее время вейвлет-базисы (или всплесковые базисы).

В группу нефиксированных (или синтезируемых) базисов могут быть отнесены классы базисов, формируемых по процедурам Грама-Шмидта и Якоби, функции Виленкина-Крестенсона, базисы, получаемые по методу Карунена-Лоэва, а также параметрически перестраиваемые базисы с алгоритмами быстрых преобразований (БП).

Для параметрически перестраиваемых ортогональных базисных систем разработан подход к синтезу на основе обобщенного параметрического матричного оператора A. Наличие быстрого алгоритма вычисления при этом обеспечивается факторизованной формой представления оператора:

$$A = \prod_{i=1}^{n} G_i\left(\varphi_{i1},\ldots,\varphi_{i\frac{N}{2}}\right),$$

где: $G_i\left(\varphi_{i1},\ldots,\varphi_{i\frac{N}{2}}\right)$ - слабозаполненные матрицы, ненулевые элементы которых зависят от угловых параметров φ_{ij}, $i=1,n$; $j=1,N/2$.

Использование этой обобщенной модели ортогональных преобразований позволяет строить новые базисные системы, приспособленные к анализируемому процессу и учитывающие априорную информацию. Однако существуют условия для использования данного подхода, которые ограничивают область их применения и состоят в неинвариантности преобразования к сдвигу входного процесса.

В последнее время большое число публикаций посвящается ортогональному вейвлет-преобразованию. Особенностью данного класса ортогональных преобразований является то, что его базисные функции $\psi_{a,b}(t)$ формируются в результате масштабирования (параметр a) и сдвигов (параметр b) одной порождающей функции $\psi(t)$:

$$\psi_{a,b}(t)=\frac{1}{\sqrt{|a|}}\psi\left(\frac{t-b}{a}\right), a\neq 0.$$

Базисные вейвлет-функции отличаются тем, что они локализованы как во временной, так и в частотной областях. Это ведет к возможности частотно-временного анализа обрабатываемых сигналов, поскольку полученный вейвлет-спектр содержит не только определенную информацию о частотных составляющих сигнала, но и указывает местоположение на временной оси.

Существуют алгоритмы, реализующие ортогональное вейвлет-преобразование в дискретной форме, разработанные на основе теории кратномасштабного анализа (КМА). При этом определяется масштабирующая

функция $\varphi(t)$, удовлетворяющая ряду требований, основным из которых является масштабирующее уравнение

$$\varphi(t)=\sqrt{2}\sum_{k} h_k \varphi(2t-k).$$

Коэффициенты h_k, однозначно определяющие масштабирующую функцию $\varphi(t)$, принято называть вейвлет-коэффициентами. На основе выбранной масштабирующей функции определяется вейвлет-функция $\psi(t)$ уравнением

$$\psi(t)=\sqrt{2}\sum_{k\in Z} (-1)^k \bar{h}_{-k+1} \varphi(2t-k).$$

Исходя из теории кратномасштабного анализа, дискретное ортогональное вейвлет-преобразование представляется в виде рекурсивного алгоритма:

$$s_{(j-1)l}=\sum_{k\in Z} h_{k-2l} s_{jk}\ ,\ d_{(j-1)l}=\sum_{k\in Z} (-1)^k \bar{h}_{-k+2l+1} s_{jk}\ ,\ s_{0k}=x_k,$$

где: s_{jl} - масштабирующие коэффициенты на j-том шаге алгоритма,

d_{jl} - коэффициенты вейвлет-преобразования на j-том шаге,

x_k - дискретные значения анализируемого процесса.

Наибольший интерес на практике представляют вейвлет-функции с компактным носителем, т.е. обращающиеся в нуль вне определенного временного интервала. Это выражается ограниченным числом вейвлет-коэффициентов, не равных нулю. В этом случае количество ненулевых вейвлет-коэффициентов есть четное число, равное $2K$, где K является порядком вейвлет-функции.

Ортогональное В-П является мощным инструментом для обработки информации, как стационарной, так и нестационарной. Специфические свойства вейвлет-функций и созданных на их основе базисных систем обеспечивают частотно-временный анализ с выделением информационных компонент изучаемой информации во временной и в частотной областях. Однако создание новых, приспособленных к определенным характеристикам вейвлет-функций, хотя и возможно, но при использовании известных методов связано с большими математическими трудностями.

Таким образом, построение обобщенной параметрической модели ортогональных вейвлет-преобразований, составляющее содержание данной работы, позволит соединить преимущества вейвлет-преобразования с простотой создания новых базисных систем. Отсюда возникает возможность синтеза новых ортогональных вейвлет-функций, оптимальных для конкретных задач обработки информации.

Во второй главе рассматривается задача отыскания параметрической модели адаптируемого вейвлет-преобразования, которая позволит создавать новые ортогональные системы вейвлет-функций, приспособленные к конкретным требованиям при обработке информации.

Рекурсивный алгоритм дискретного В-П для вейвлет-функций с компактным носителем порядка K может быть представлен в матричной форме. При этом любой шаг алгоритма определяется уравнением:

$$H_0^{KN} \cdot s_j = \left[s_{j-1}^T, d_{j-1}^T\right]^T$$

где: s_j, s_{j-1} - векторы масштабирующих коэффициентов,

d_{j-1} - вектор коэффициентов вейвлет-преобразования,

H_0^{KN} - матричный оператор для выполнения данного шага алгоритма В-П порядка K с размерностью $N \times N$, где N длина вектора s_j.

Матричный оператор H_0^{KN} при этом имеет следующий вид:

$$H_0^{KN} = \begin{bmatrix} h_0 & h_1 & \cdots & h_{2K-1} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_0 & \cdots & h_{2K-2} & h_{2K-1} & 0 & \cdots & 0 \\ & \ddots & & & \ddots & & & \ddots & \\ h_2 & \cdots & h_{2K-1} & 0 & \cdots & \cdots & 0 & h_0 & h_1 \\ \hline -h_1 & h_0 & 0 & \cdots & -h_{2K-1} & h_{2K-2} & \cdots & -h_3 & h_2 \\ -h_3 & h_2 & -h_1 & h_0 & \cdots & 0 & -h_{2K-1} & \cdots & h_4 \\ & \ddots & & & \ddots & & & \ddots & \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & -h_{2K-1} & \cdots & h_2 & -h_1 & h_0 \end{bmatrix}.$$

Из уравнений рекурсивного алгоритма следует, что длина вектора s_j в два раза больше, чем длина векторов s_{j-1} и d_{j-1}. Следовательно можно записать

$$\begin{bmatrix} H_0^{K,N/2} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \cdot H_0^{KN} \cdot s_j = H_1^{KN} \cdot H_0^{KN} \cdot s_j = \left[s_{j-2}^T, d_{j-2}^T, d_{j-1}^T\right]^T.$$

Таким образом, ортогональное вейвлет-преобразование может быть представлена в следующем виде:

$$\Psi \cdot x = d,$$

где: $\Psi = H_{n-1}^{KN} \cdot \ldots \cdot H_1^{KN} \cdot H_0^{KN} = \prod_{j=0}^{n-1} H_j^{KN}$, $N = 2^n$, $H_j^{KN} = \left[\begin{array}{c:c} H_0^{K,N2^{-j}} & 0 \\ \hdashline 0 & I \end{array}\right]$.

Во всех шагах алгоритма используется один и тот же матричный оператор H_0^K разной размерности. В дальнейшем этот оператор именуется вейвлет-оператором (В-О). Из приведенных соотношений следует, что задача параметризации В-П сводится к параметризации этого вейвлет-оператора.

Параметризация В-О H_0^{KN} производится путем его факторизации в определенное число слабозаполненных матриц, в которых ненулевые элементы образуют $N/2$ спектральных ядер. Факторизованные матрицы обозначаются

символом Φ_k, они отличаются распределением спектральных ядер и значением угловых параметров.

Из структуры В-О следует, как показано в работе, что все спектральные ядра, входящие в одну и ту же слабозаполненную матрицу, идентичны. Таким образом, каждая из матриц Φ_k зависит от одного углового параметра - $\Phi_k(\varphi_k)$. Количество матриц Φ_k, полученных в результате факторизации В-О H_0^{KN}, равно порядку K вейвлет-функций. Факторизованное представление В-О имеет следующий вид:

$$H_0^{KN} = \prod_{k=1}^{K} \Phi_k^N(\varphi_k) \cdot \mathrm{P},$$

где P - матрица перестановки элементов оператора, имеющая структуру:

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Структура матриц Φ_k^N, т.е. расположение спектральных ядер в них, вытекает из структуры В-О H_0^{KN}. Для того, чтобы раскрыть эту структуру, введем вспомогательную матрицу $T^{(i,j)}$, где $i \neq j$, которая содержит одно спектральное ядро, расположенное на i-й и j-й строке и на i-ом и j-ом столбце:

$$T^{(i,j)}(\varphi) = \begin{array}{c} \\ 1 \\ \vdots \\ i \\ \vdots \\ j \\ \vdots \\ N \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} 1 & \cdots & i & \cdots & j & \cdots & N \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & & & & & & \\ & \ddots & & & & & 0 \\ & & \cos\varphi & & \sin\varphi & & \\ & & & \ddots & & & \\ & & -\sin\varphi & & \cos\varphi & & \\ & 0 & & & & \ddots & \\ & & & & & & 1 \end{bmatrix} \end{array}.$$

Таким образом, матрицы $\Phi_k^N(\varphi_k)$ могут быть представлены следующим выражением:

$$\Phi_k^N(\varphi_k) = \prod_{i=1}^{\frac{N}{2}} T^{(i,j)}(\varphi_k), \qquad \text{где} \quad j = \left((i+k-2) \bmod \frac{N}{2} \right) + \frac{N}{2} + 1.$$

Приведем пример факторизации В-О H_0^{KN} для случая $N = 8$ и $K = 3$. При этом необходимы три матрицы $\Phi_k^N(\varphi_k)$:

$$H_0^{3,8} = \Phi_3^8(\varphi_3) \cdot \Phi_2^8(\varphi_2) \cdot \Phi_1^8(\varphi_1) \cdot \mathrm{P},$$

$$H_0^{3,8} = \left[\begin{array}{cccc:cccc} c_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_3 & 0 \\ 0 & c_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_3 \\ 0 & 0 & c_3 & 0 & s_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_3 & 0 & s_3 & 0 & 0 \\ \hdashline 0 & 0 & -s_3 & 0 & c_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -s_3 & 0 & c_3 & 0 & 0 \\ -s_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_3 & 0 \\ 0 & -s_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_3 \end{array}\right] \cdot \left[\begin{array}{cccc:cccc} c_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_2 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_2 & 0 \\ 0 & 0 & c_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_2 \\ 0 & 0 & 0 & c_2 & s_2 & 0 & 0 & 0 \\ \hdashline 0 & 0 & 0 & -s_2 & c_2 & 0 & 0 & 0 \\ -s_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_2 & 0 & 0 \\ 0 & -s_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_2 & 0 \\ 0 & 0 & -s_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_2 \end{array}\right] \cdot$$

$$\cdot \left[\begin{array}{cccc:cccc} c_1 & 0 & 0 & 0 & s_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_1 & 0 & 0 & 0 & s_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_1 & 0 & 0 & 0 & s_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_1 & 0 & 0 & 0 & s_1 \\ \hdashline -s_1 & 0 & 0 & 0 & c_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -s_1 & 0 & 0 & 0 & c_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -s_1 & 0 & 0 & 0 & c_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -s_1 & 0 & 0 & 0 & c_1 \end{array}\right] \cdot \left[\begin{array}{cccc:cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hdashline 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right].$$

где $c_k = \cos\varphi_k$ и $s_k = \sin\varphi_k$.

Одним из необходимых условий для вейвлет-коэффициентов, следующим из теории КМА, является $\sum_k h_k = \sqrt{2}$. Это условие ведет к ограничению выбора угловых параметров φ_k, что выражается уравнением:

$$\sum_{k=1}^{K} \varphi_k = \frac{\pi}{4} + i \cdot 2\pi, \quad i \in Z.$$

Другими словами, один из параметров φ_k следует выбирать в зависимости от остальных:

$$\varphi_1 = \frac{\pi}{4} - \sum_{k=2}^{K} \varphi_k .$$

Итак, любое дискретное В-П, построенное на основе вейвлет-функции с локальным носителем порядка K и размерностью $N = 2^n$ может быть представлено разработанной моделью. Полученный параметрический матричный оператор В-П имеет $K-1$ степеней свободы, т.е. имеет $K-1$ параметров, которые могут быть изменены независимо друг от друга. Параметрическая модель вейвлет-оператора является универсальной для изучаемого класса ортогональных дискретных вейвлет-функций.

В третьей главе диссертационной работы оценивается вычислительная эффективность параметрической модели В-П, а также разрабатываются алгоритмы параметрического В-П и текущего вейвлет-анализа.

Для уменьшения вычислительных затрат при выполнении параметрического В-П предложен способ, основанный на структурных особенностях матриц Φ_k^N. Предлагается следующее представление факторизованных матриц:

$$\Phi_k^N(\varphi_k)=\cos(\varphi_k)\left[\frac{1}{\cos(\varphi_k)}\Phi_k^N(\varphi_k)\right]=\cos(\varphi_k)\tilde{\Phi}_k^N(\varphi_k).$$

Таким образом, часть элементов спектральных ядер в приведенных матрицах $\tilde{\Phi}_k^N(\varphi_k)$ равняется единице и не требует выполнения операции умножения при расчете преобразования. Факторизация В-О H_0^{KN} с учетом использования приведенных матриц $\tilde{\Phi}_k^N(\varphi_k)$ принимает следующий вид:

$$H_0^{KN}=C\cdot\prod_{k=1}^{K}\tilde{\Phi}_k^N(\varphi_k)\cdot \mathrm{P},$$

где $C=\prod_{k=1}^{K}\cos(\varphi_k)$.

Если при использовании известных алгоритмов В-П количество операций умножения, которое требуется для выполнения одного шага преобразования, составляет $n_{умн}=2NK$, то с помощью приведенного факторизованного представления В-О удается уменьшить количество умножений до $\tilde{n}_{умн.факт}=(K+1)N$. В зависимости от порядка вейвлет-функции K сокращение вычислительных затрат может достигать до 50%.

На основе приведенного факторизованного представления В-О построен быстрый алгоритм ортогонального В-П. Сравнение времени выполнения ортогонального В-П с использованием известных алгоритмов и приведенного быстрого алгоритма, полученные в машинном эксперименте, подтверждают сокращение вычислительных затрат. При этом реальное улучшение быстродействия даже выше, чем ожидалось, что определено алгоритмическими особенностями реализации факторизованного В-П.

В диссертационной работе разработан рекурсивный алгоритм перехода от представления вейвлет-функции в известной модели В-П с помощью вейвлет-коэффициентов к представлению в разработанной параметрической модели, т.е. процедура перехода от вейвлет-коэффициентов $\{h_k\}_{k=0}^{2K-1}$ к угловым параметрам $\{\varphi_k\}_{k=1}^{K}$, а также предложен алгоритм обратного перехода. Таким образом, для расчета приспособленного В-П можно использовать существующие программные реализации известных алгоритмов вейвлет-преобразования, в которых используются в качестве параметров вейвлет-коэффициенты, если предварительно перевести выбранные угловые параметры в соответствующий набор вейвлет-коэффициентов.

В задачах мониторинга, являющихся актуальными на сегодняшний день как в технической, так и в медицинской областях, характерен анализ неограниченных во времени сигналов, обработка которых должна происходить в режиме реального времени. При использовании большинства ортогональных базисных систем для преобразования такого неограниченного потока информации требуется применение временных оконных функций, что вносит определенные погрешности и вычислительные трудности.

Под понятием "текущий вейвлет-анализ" понимается анализ неограниченного во времени цифрового сигнала с помощью ортогонального В-П. В этом случае расчет коэффициентов преобразования должен производиться по мере поступления новых отсчетов изучаемого сигнала, что соответствует анализу "текущей" информации. Преимущество использования вейвлет-функций для текущего анализа сигналов состоит в том, что вейвлет-функции, исследуемые в данной работе, имеют локальный (ограниченный) носитель, т.е. они равны нулю вне некоторого временного интервала. Следовательно, не требуется искусственного формирования ограниченных временных интервалов и применения оконных функций. Кроме того, характер вейвлет-функций обеспечивает ортогональность полученных коэффициентов во всем диапазоне анализа.

Разработанной алгоритм текущего вейвлет-анализа использует преимущества факторизованной параметрической модели В-П. Он исключает избыточность при выполнении расчетов и обеспечивает оперативность при расчете текущих коэффициентов В-П.

В четвертой главе рассматриваются вопросы обобщения параметрической модели В-П для случая изменения коэффициента изменения масштаба вейвлет-функций. Практически во всех случаях применения ортогонального В-П для решения прикладных задач используются вейвлет-функции с коэффициентом изменения масштаба $a = 2$. Причинами для этого являются безусловно хорошо известный математический аппарат КМА для $a = 2$, а также сложности синтеза вейвлет-функций для случая $a \neq 2$. В данной главе рассматривается вопрос синтеза ортогональных дискретных вейвлет-функций на основе параметрического представления для случая, когда масштабный коэффициент равен трем. Такие вейвлет-функции назовем троичными.

Из математического аппарата троичного кратномасштабного анализа следует существование двух вейвлет-функций, соответствующих одной масштабирующей функции. Таким образом, троичное дискретное В-П может быть представлено следующим рекурсивным алгоритмом:

$$s_{(j-1)l} = \sum_{k \in Z} {}^{3}\overline{h}_{k-2l} s_{jk}\ ,\ d^{1}_{(j-1)l} = \sum_{k \in Z} {}^{3}\overline{g}^{1}_{k-2l} s_{jk}\ ,\ d^{2}_{(j-1)l} = \sum_{k \in Z} {}^{3}\overline{g}^{2}_{k-2l} s_{jk}\ ,$$

где: ${}^{3}\overline{h}_{k-2l}$ - троичные вейвлет-коэффициенты,

${}^{3}\overline{g}^{1}_{k-2l}$ и ${}^{3}\overline{g}^{1}_{k-2l}$ - коэффициенты троичных вейвлет-функций.

Из приведенного рекурсивного алгоритма следует представление оператора троичного В-П ${}^3\Psi$ в виде:

$${}^3\Psi=\prod_{j=0}^{n-1}{}^3H_j^{KN},\ \text{где}\ {}^3H_j^{KN}=\left[\begin{array}{c|c}{}^3H_0^{K\left(N3^{-j}\right)} & 0\\ \hline 0 & I\end{array}\right],$$

а также структура троичного вейвлет-опретора:

$${}^3H_0^{KN}=\left[\begin{array}{cccccccc}
{}^3h_0 & {}^3h_1 & {}^3h_2 & {}^3h_3 & \cdots & {}^3h_{3K-1} & 0 & \cdots & 0\\
 & \ddots & & \ddots & & \ddots & & \ddots & \\
{}^3h_3 & \cdots & {}^3h_{3K-1} & 0 & \cdots & 0 & {}^3h_0 & {}^3h_1 & {}^3h_2\\
\hline
{}^3g_2^1 & {}^3g_1^1 & {}^3g_0^1 & 0 & \cdots & 0 & {}^3g_{3K-1}^1 & \cdots & {}^3g_3^1\\
 & \ddots & & \ddots & & \ddots & & \ddots & \\
0 & \cdots & 0 & {}^3g_{3K-1}^1 & \cdots & {}^3g_3^1 & {}^3g_2^1 & {}^3g_1^1 & {}^3g_0^1\\
\hline
{}^3g_2^2 & {}^3g_1^2 & {}^3g_0^2 & 0 & \cdots & 0 & {}^3g_{3K-1}^2 & \cdots & {}^3g_3^2\\
 & \ddots & & \ddots & & \ddots & & \ddots & \\
0 & \cdots & 0 & {}^3g_{3K-1}^2 & \cdots & {}^3g_3^2 & {}^3g_2^2 & {}^3g_1^2 & {}^3g_0^2
\end{array}\right].$$

Для параметрической факторизации троичного В-О требуется спектральное ядро размера 3×3 (троичное ядро), для которого выполняется условие ортогональности и нормировки. Из множества возможных троичных ядер для построения параметрической модели троичного В-П были выбраны два ядра - вещественное троичное спектральное ядро ${}^3V$ и комплексное ${}^3V_C$:

$${}^3V=\begin{bmatrix}c_2 & s_2s_1 & s_2c_1\\ s_3s_2-s_3c_2s_1+c_3c_1 & -s_3c_2c_1-c_3s_1\\ c_3s_2-c_3c_2s_1-s_3c_1 & -c_3c_2c_1+s_3s_1\end{bmatrix},$$

$${}^3V_C=\begin{bmatrix}c_2 & s_2s_1 & s_2c_1\\ s_3s_2-s_3c_2s_1+c_3c_1j & -s_3c_2c_1-c_3s_1j\\ c_3s_2-c_3c_2s_1-s_3c_1j & -c_3c_2c_1+s_3s_1j\end{bmatrix}.$$

Как видно, троичное спектральное ядро зависит не от одного, а от трех угловых параметров.

Параметрическая модель троичного В-П аналогична полученной во второй главе модели для случая $a=2$. Следовательно, факторизованное представление троичного В-О должно иметь следующий вид:

$${}^3H_0^{K,N}=\prod_{k=1}^{K}{}^3\Phi_k^N(\varphi_k)\cdot{}^3P,$$

где: $\varphi_k=\left[\varphi_{k1},\varphi_{k2},\varphi_{k3}\right]^T$ - вектор угловых параметров одного ядра,

${}^3P$ - матрица перестановки элементов,

${}^3\Phi_k^N(\varphi_k)$ - слабозаполненная факторизованная матрица, содержащая $N/3$ одинаковых спектральных ядер ${}^3V$ или ${}^3V_C$.

Структура матриц ${}^3\Phi_k^N(\varphi_k)$ раскрывается с помощью троичной матрицы ${}^3T^{(i,j_1,j_2)}$, которая содержит одно троичное спектральное ядро, находящееся на строках и столбцах с номерами i, j_1 и j_2. В найденной модели факторизованного троичного В-П матрицы ${}^3\Phi_k^N(\varphi_k)$ имеют следующую структуру:

$$ {}^3\Phi_k^N(\varphi_k)=\prod_{i=1}^{\frac{N}{3}} {}^3T^{\left(i,j,j+\frac{N}{3}\right)}(\varphi_k), \quad \text{где} \quad j=\left((i+k-2)\bmod\frac{N}{3}\right)+\frac{N}{3}+1. $$

Для троичных вейвлет-коэффициентов ${}^3h_i^k$ существует условие $\sum_{k\in Z} {}^3h_k=\sqrt{3}$, вытекающее из троичного КМА. Для выполнения этого условия при параметрическом представлении вейвлет-оператора K-го порядка следует выбирать угловые параметры $\varphi_K=[\varphi_{K1},\varphi_{K2},\varphi_{K3}]^T$ в зависимости от остальных принятых параметров. Алгоритм определения параметров $\varphi_K=[\varphi_{K1},\varphi_{K2},\varphi_{K3}]^T$ приведен в диссертационной работе.

С помощью предложенной параметрической модели троичного В-П и выбранных моделей спектральных ядер возможно построение преобразований с использованием как вещественных, так и комплекснозначных вейвлет-функций. Ограничением данной модели является то, что рассматривается только случай вещественных масштабирующих функций.

Рассмотренный алгоритм конструирования параметрической модели троичного В-П позволяет сделать вывод о возможности синтеза параметрических моделей В-П с другими масштабными коэффициентами. Основная задача при этом заключается в нахождении соответствующих параметрических спектральных ядер необходимой размерности.

В пятой главе рассматриваются вопросы применения полученных в работе теоретических результатов по разработке параметрической модели ортогонального вейвлет-преобразования. Для иллюстрации эффективности применения разработанных базисных вейвлет-систем рассматриваются две прикладные задачи.

При использовании параметрической модели вейвлет-преобразования представляется невозможным непосредственное определение угловых параметров по детерминированному алгоритму исходя из эталонной информации (например, эталонного сигнала, набора эталонных векторов или т.п.). Причина лежит в рекурсивном характере алгоритма В-П и в сложности взаимосвязи между вейвлет-коэффициентами и полученными коэффициентами В-П. Приспособление системы базисных вейвлет-функций возможно только путем применения методов численной оптимизации. Критерий оптимизации выбирается в виде целевой функции Z, которая выражает степень приспособленности базисной системе к решаемой задаче.

Задача выбора угловых параметров может быть представлена в виде:

$$\varphi_{опт}: \quad Z(X_{эт},\varphi_{опт}) = \max_{\varphi} Z(X_{эт},\varphi),$$

где: $X_{эт}$ - эталонная информация, относительно которой производится оптимизация,

$\varphi = [\varphi_1,\ldots,\varphi_K]^T$ - вектор угловых параметров.

Кроме самих угловых параметров φ_k, другим параметром приспособления является порядок K вейвлет-функций. При увеличении порядка K увеличиваются степени свободы вейвлет-функции и, следовательно, возможности приспособления базисной системы, однако одновременно возрастают при этом вычислительные затраты. Таким образом, требуется найти угловые параметры с наименьшим порядком K, оптимальные для данного порядка и обеспечивающие решение поставленной задачи.

Первый пример посвящен выделению информативных признаков при анализе вибрационного процесса, содержащего кроме полигармонических составляющих, связанных с нормальным вращением роторных частей машины, также и быстро затухающие ударные импульсы. Природа этих импульсных компонент вызвана дефектами роторной машины. При анализе указанного процесса локализованность вейвлет-функций способствует обнаружению кратковременных импульсных компонент в высокочастотной части вейвлет-спектра. Полученные коэффициенты В-П могут непосредственно служить информативными признаками, путем классификации которых может решаться задача диагностирования состояния роторной машины.

На рис. 1 изображены спектры изучаемого процесса в вейвлет-базисах восьмого порядка. Проведенные эксперименты по выбору порядка K показали, что наиболее оптимальным значением с точки зрения отношения качества выделения ИП и вычислительных затрат является $K = 8$.

На рис. 1,а изображен вейвлет-спектр для случая использования стандартной вейвлет-функции восьмого порядка («Симмлет»). Можно видеть, что в высокочастотной части спектра выделяются отображения трех дефектных воздействий, обозначенные стрелками. Задача оптимизации заключается в увеличении степени различимости этих дефектных составляющих на фоне полигармонического процесса.

На рис. 1,б приведено изображение спектра анализируемого процесса в базисной системе оптимизированных вейвлет-функций. Очень хорошо видно, что при использовании оптимального В-П подавляется влияние гармонических составляющих анализируемого процесса в высокочастотных коэффициентах В-П, а одновременно усиливается реакция на импульсные компоненты.

Второй пример, приведенный в диссертационной работе, иллюстрирует влияние выбора порядка K вейвлет-функции на степень приспособления базисной системы. Для этого рассматривается среднеквадратическая точность

восстановления звукового сигнала по усеченному вейвлет-спектру. Сигнал записан с частотой дискретизации $f_д = 8{,}192\ кГц$.

На рис. 2 изображен пример спектра звукового сигнала в известной системе вейвлет-функций («Симмлет») пятого порядка. Как видно, основная часть информации отображена в низкочастотной четверти спектра, что обосновывает восстановление сигнала именно по этой части спектра. В этом случае достигается четырехкратное сжатие сигнала.

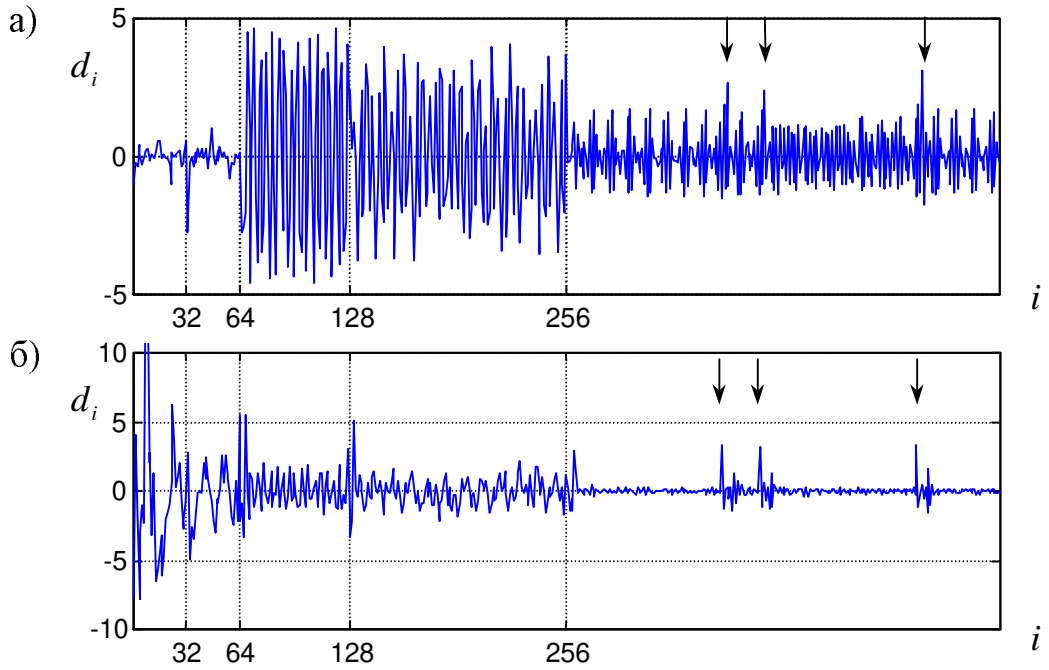

Рис. 1 Вейвлет-спектр вибрационного процесса в известном (а) и оптимизированном (б) базисах

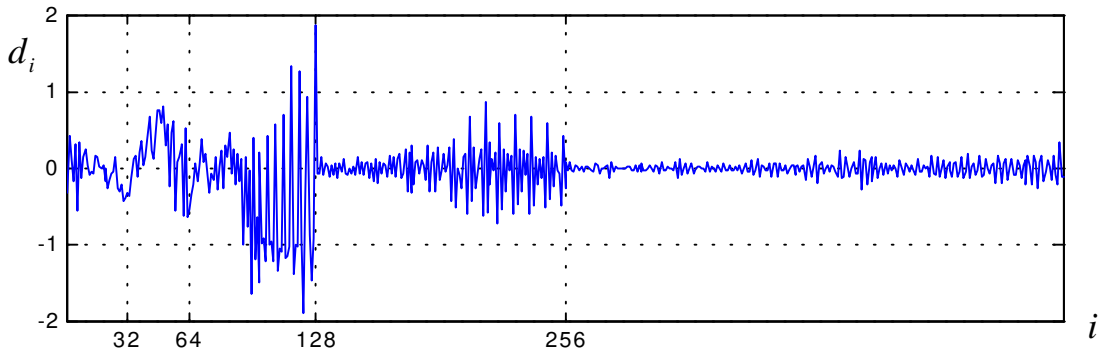

Рис. 2 Вейвлет-спектр звукового сигнала

В табл. 1 приведены погрешности восстановления сигнала по усеченному спектру при использовании различных вейвлет-функций разных порядков, в том числе и для оптимальных В-П. Таблица содержит номера порядка K, названия вейвлет-функций, значения угловых параметров и погрешности вос-

становления ε^2, а также относительное значение погрешности. Как видно, с ростом порядка вейвлет-функции уменьшается погрешность восстановления (для оптимизированных В-П). Оптимизация угловых параметров обеспечивает улучшение качества восстановления сигнала относительно известных вейвлет-функций, которое достигает в рассмотренном примере 53 % ($K = 7$).

Таблица 1

Погрешности восстановления исходного сигнала при использовании различных вейвлет-функций.

Порядок К	Название вейвлет-функции	УГЛОВЫЕ ПАРАМЕТРЫ						Погр-сть восстан-я	Относ-ая погр-сть, %
		φ_2	φ_3	φ_4	φ_5	φ_6	φ_7		
2	Добеши-4	-0,2618						20,3	30,7
	оптим. для $K = 2$	-1,0943						17,0	25,8
3	Добеши-6	-0,4998	0,1055					25,1	38,0
	оптим. для $K = 3$	-0,2202	0,1416					14,9	22,6
4	Симмлет-4	-1,4283	-0,8986	-0,4021				18,5	28,0
	оптим. для $K = 4$	-1,1206	-1,2033	-0,9802				11,0	16,6
5	Симмлет-5	1,3305	-0,6920	-1,2975	0,6206			12,5	18,9
	оптим. для $K = 5$	0,8966	-1,0968	-1,0377	0,9343			9,04	13,7
7	Добеши-14	-0,9968	0,6436	-0,3471	0,1412	-0,0370	0,0045	12,2	18,5
	оптим. для $K = 7$	1,1077	0,5386	0,4620	-0,8074	-0,8688	0,8195	5,73	8,7

Анализ практических результатов, полученных в приведенных примерах, позволяет сделать вывод о гибкости разработанной параметрической модели В-П. Она выражается в высокой степени приспособления базисной системы к анализируемой информации, достигнутого в обоих примерах. Гибкость оператора преобразования обеспечивает универсальность данного метода и широкие возможности использования его в задачах обработки информации.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

1. Разработана факторизованная параметрическая модель ортогонального вейвлет-преобразования, которая позволяет построить ортогональные вейвлет-функции, приспособленные к характеристикам обрабатываемой информации.

2. Разработан рекурсивный быстрый алгоритм параметрического В-П, использующий структурные особенности факторизованных матриц для сокращения вычислительных затрат и получена оценка их уменьшения.

3. Разработан алгоритм текущего вейвлет-анализа, позволяющего анализировать неограниченные во времени процессы без предварительного их разбиения на интервалы.

4. Получены основы ортогонального В-П с коэффициентом изменения масштаба базисных вейвлет-функций, равным трем. Разработана параметрическая модель троичного В-П, а также быстрый вычислительный алгоритм.

5. Предложена методика выбора угловых параметров В-П с целью приспособления базисных систем к решаемой задаче, основанная на методах цифровой оптимизации.

6. Результаты исследований подтверждены экспериментально и показали высокую эффективность и гибкость разработанных методов.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ РАБОТЫ

1. Адаптивный метод формирования диагностических признаков в информационно-измерительных системах // Оборонная Техника: Ежемесячный научно-техн. сб. № 6-7. / А.А. Алексеев, А.И. Солодовников, А.М. Спиваковский, К. Кноте. 1998. С. 66 - 69.

2. Адаптивный спектральный анализ сигналов на основе перестраиваемых ортогональных базисов // Системы обработки информации и управления: Известия СПбГЭТУ. Вып. 490. / А.А. Алексеев, А.И. Солодовников, А.М. Спиваковский, К. Кноте. 1996. С. 60 - 65.

3. Оперативная обработка экспериментальной информации (Использование адаптивных быстрых алгоритмов спектральных преобразований) // Инновации (Новые технологии, маркетинг, инвестиции, внедрение) № 1. / А.А. Алексеев, А.И. Солодовников, А.М. Спиваковский, К. Кноте. 1996. С. 4 - 5.

4. Солодовников А.И., Кноте К. Метод адаптивного получения информативных признаков в задаче классификации биосигналов // Управление, информатика и вычислительная техника: Известия СПбГЭТУ. Вып. 1. - С-Пб.: Издательско-полигр. центр СПбГЭТУ, 1998. С. 26 - 29.

5. Knothe K. Adaptable orthogonal wavelet transformations // Preprints of the 7 th International Student Olympiad on Automatic Control (Baltic Olympiad). - S.-Pb.: 1999. Pp. 51 - 55.

6. Кноте К., Солодовников А.И. Адаптируемые ортогональные wavelet-преобразования диагностических сигналов // Докл. XVI Междунар. межвуз. школа - семинар «Методы и средства технической диагностики» (МиСТД-99). - Ивано-Франковск, 1999.

ЛР № 020617 от 24. 06. 98г.

Подписано к печати _____ Формат 60*84/16
Печать офсетная. Бумага офсетная. Заказ № _____
Печ. л. 1.0; Тираж 100 экз.

Издательско-полиграфический центр СПбГЭТУ «ЛЭТИ»
197376, г. Санкт-Петербург, ул. Проф. Попова, 5